

**NUEVO CURRÍCULO**  
DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

**CAMPO DISCIPLINAR DE**

# MATEMÁTICAS

Bachillerato Tecnológico

Programas de las asignaturas del Bachillerato Tecnológico  
(asignaturas de formación básica y propedéutica)

# **CAMPO DISCIPLINAR DE MATEMÁTICAS**

## **PROGRAMAS DE LAS ASIGNATURAS DEL BACHILLERATO TECNOLÓGICO**

(Asignaturas de formación propedéutica básica y propedéutica extendida)

Coordinador del equipo revisor del Campo Disciplinar de Matemáticas:

Dr. Ricardo Cantoral Uriza

Cinvestav, IPN

## Introducción

En esta propuesta mostraremos las adecuaciones pertinentes realizadas a los programas de las asignaturas de Matemáticas del Bachillerato General (BG) y del Bachillerato Tecnológico (BT). Las adecuaciones distan mucho de limitarse a un proceso de “aritmética curricular de contenidos” (sumar, restar, repetir o conmutar elementos), sino que cumple con el objetivo de contemplar los aciertos de los programas anteriores para modificar los elementos que, basados en la investigación y evidencia empírica, resultan indispensables para la mejora y la transformación educativa.

El cambio fundamental que se propone en este documento consiste en **enfaticar el valor de uso del conocimiento matemático por parte del estudiante**: esto significa, colocar a las *prácticas* sobre el *objeto* formal. En ese sentido, la propuesta curricular incorpora a la algoritmia y la memorización como medios necesarios, pero no suficientes, para la construcción de conocimiento matemático. En esa medida, sirven al desarrollo de *una manera matemática de pensar* entre el estudiantado. Es así que se limita el empleo de las estrategias memorísticas y repetitivas de la enseñanza tradicional, para fortalecer el sentido de “lo propiamente matemático” en diversas situaciones de aprendizaje: una enseñanza más activa, realista y crítica.

Para comprender a cabalidad el programa propuesto, resulta imperativo ubicarse desde el punto de vista de quien aprende, así como de las dinámicas de cambio que les plantea la sociedad del conocimiento. La juventud actual no aprende sólo en las aulas o en los laboratorios, sino que incorpora en su repertorio de habilidades, conocimientos, actitudes y valores, una gran cantidad de información y de prácticas que provienen de otros ámbitos de su vida cotidiana.

Con base en el Acuerdo Secretarial 444 que establece las competencias del Marco Curricular Común para el Sistema Nacional de Bachillerato, se asume a las competencias disciplinares básicas de las matemáticas como el medio para propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. En ese sentido, el estudiantado que cuente con dichas competencias en las matemáticas, argumentará y estructurará de mejor manera sus juicios, ideas y razonamientos.

Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben pensar matemáticamente y no, simplemente, resolver ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica que puedan reconocer esta disciplina más allá del salón de clases.

Como sabemos, las competencias matemáticas favorecen entre los educandos las capacidades para

analizar, razonar y comunicar de forma eficaz; a la vez que le abren la posibilidad de plantear, resolver e interpretar situaciones matemáticas en una variedad de contextos. En síntesis, las matemáticas, como parte de la cultura, constituyen una de las piezas más significativas de la acción civilizatoria. Esta disciplina constituye, a la vez, un objeto de estudio en sí mismo, y una herramienta imprescindible para la comprensión y el estudio de las ciencias, las humanidades y las tecnologías. Es así que favorecen, entre los educandos, la disposición a la acción: que usen, disfruten y entiendan a las matemáticas en contextos diversos, más cercanos a la realidad de quien aprende. El énfasis en el desarrollo de las competencias matemáticas favorecerá que los educandos tengan una aproximación práctica al campo disciplinar: digamos que a su **significación mediante el uso**. Es decir, con esta visión, se conforma una mejor preparación para las matemáticas superiores y posibilitan la funcionalidad de los conocimientos escolares en su vida cotidiana.

Las matemáticas, como conjuntos de conceptos abstractos (número, variable, función, proporción y semejanza, entre otros) que se articulan en redes con apoyo de los procedimientos válidos (como la inferencia lógica –la negación, o los principios – el principio del tercero excluido, entre otros). Estos razonamientos se aplican a diversas clases o categorías de objetos, a saber, números, figuras, estructuras y transformaciones, y deben su origen a la necesidad de representar y tratar con situaciones que provienen de la vida cotidiana como el tratamiento del riesgo y la aleatoriedad, el cambio, la variación y la predicción, o los patrones, las formas y la simbolización, entre otras.

Esta propuesta, de aprendizajes fundamentales para el campo disciplinar de las Matemáticas, ha sido motivo de un amplio y colegiado proceso de análisis y reflexión exhaustivos en el marco de las comunidades educativas en planteles, cuerpos colegiados y áreas académicas de cada uno de los subsistemas. Sin embargo, su puesta en práctica permitirá revisarlo y mejorarlo para ocasiones futuras. Para lograr la enseñanza y, sobre todo, el aprendizaje y el arraigo a una cultura matemática, es imperativo el dominio disciplinar del profesorado y su participación en procesos de empoderamiento docente; esta doble función caracteriza al cambio educativo propuesto.

## ¿Por qué es importante esta propuesta de cambio del currículo de Matemáticas en el bachillerato de la Educación Media Superior?

Consideremos que, entre las y los estudiantes del nivel medio superior, se percibe un gran distanciamiento entre el ámbito escolar y lo que viven fuera del aula. Las posibilidades de cambio que se abren con esta propuesta se apoyan en una postura pedagógica que permite encarar, desde los intereses de los jóvenes, dicha ruptura mediante la significación contextual de los contenidos.

En este sentido, lejos de pretender cubrir un programa de estudios lleno de unidades temáticas aisladas, resulta fundamental para su aprendizaje, seleccionar los contenidos centrales y organizarlos a través de una serie de prácticas anidadas, iniciando la actividad de aula con prácticas que acompañen a la construcción del conocimiento. En este sentido, aprender matemáticas no habrá de reducirse a la mera resolución de problemas escolares (usualmente algorítmicos y repetitivos), sino que tendremos que asumir un cambio de actitud hacia el *saber*, es decir, hacia el *conocimiento en uso*. Digamos que habrá de reconocerse el carácter secuencial, transversal y funcional del conocimiento matemático a través de situaciones diversas.

Estos aprendizajes, en tanto su naturaleza funcional y transversal, habrán de servir a lo largo de la vida en situaciones diversas y cambiantes, de ahí que la mejora de los programas se centre en el aprendizaje del estudiantado. Ello se logra al proponer una articulación jerárquica en tres dimensiones: Ejes, Componentes y Contenidos (centrales y específicos).

- **Eje:** organiza y articula los conceptos, habilidades y actitudes de los campos disciplinares y es el referente para favorecer la transversalidad interdisciplinar.
- **Componente:** genera y, o, integra los contenidos centrales y responde a formas de organización específica de cada campo disciplinar.
- **Contenido central:** corresponde a los aprendizajes claves y se refiere al contenido de mayor jerarquía dentro de los programas de estudio.
- **Contenido específico:** corresponde a los contenidos centrales y, por su especificidad, establece el alcance y profundidad de su abordaje.

Estas cuatro dimensiones, organizan el desarrollo del pensamiento matemático mediante la adquisición de conocimientos y de habilidades que habrán de expresarse en aprendizajes y productos esperados.

- **Aprendizajes esperados:** descriptores del proceso de aprendizaje e indicadores del desempeño que deben lograr los estudiantes para cada uno de los contenidos específicos.
- **Productos esperados:** corresponden a los aprendizajes esperados y a los contenidos específicos; son la evidencia del logro de los aprendizajes esperados.

Para el caso de las matemáticas, un problema mayor es el denominado “**problema del significado**”: ¿Qué significado tiene el número?, ¿qué significan las relaciones de orden: mayor que o menor que?, ¿qué significa la proporcionalidad directa?, ¿qué significa la solución de un sistema de ecuaciones lineales?, ¿qué significa la derivada? y así un largo etcétera.

Estos procesos de significación se fortalecen en la medida que el alumnado viva experiencias de aprendizaje que articulen y usen los conocimientos, que desarrollen sus habilidades y favorezcan ciertas actitudes y valores en una diversidad de contextos específicos.

### **¿Qué y cómo cambia el currículo de Matemáticas en el bachillerato de la Educación Media Superior?**

El cambio fundamental que se propone consiste en **enfaticar el valor de uso del conocimiento matemático por parte del estudiante**, esto significa, colocar a las *prácticas* sobre el *objeto* formal. En ese sentido, fortalece el sentido de “lo propiamente matemático” en diversas situaciones de aprendizaje: se pretende una enseñanza más activa, realista y crítica que derive en aprendizajes más significativos en la vida del estudiante.

Mediante las situaciones de aprendizaje basadas en prácticas que favorecen la funcionalidad y transversalidad del contenido, el estudiantado amplía sus experiencias mediante acciones, actividades y prácticas en el trabajo de aula y mediante indagaciones dialógicas en contextos de la vida cotidiana. La noción de **aula extendida**, como espacio de aprendizaje, será un recurso metodológico habitual para transitar de la *práctica* al *objeto*. Por ejemplo, ir del llenado de recipientes a las nociones de crecimiento y concavidad de las curvas y concluir – en el caso de algunas opciones del bachillerato – con el significado de derivación de funciones de primer y segundo orden.

Del mismo modo, en el caso de tratar con la lectura de las tallas de la cintura y la cadera se podrán analizar temas de alimentación y el cuidado de sí mismo, con las relaciones de proporcionalidad antropométrica. Esto conducirá, a través de las estrategias pedagógicas, a la constitución de la noción de promedio entre los estudiantes, como un medio útil para tratar con grandes cantidades de datos, y así con otros ejemplos.

Ahora bien, los diseños de situación de aprendizaje que se implementen con esta propuesta, tendrán un propósito formativo para atender, tanto a los contenidos centrales como a los específicos y así desarrollar en forma secuenciada las competencias disciplinares y su adecuación con las competencias genéricas. Estas secuencias se organizan sobre una “buena pregunta”, un verdadero reto que sea significativo para los

estudiantes, y que los movilice a la acción, que reactiven y movilicen sus aprendizajes previos con la finalidad de encarar el reto y aprender algo nuevo. Estos diseños habrán de tener tres fases secuenciales: 1) *Apertura*: planteamiento de la pregunta, 2) *Desarrollo*: diálogo, reflexión y debate y 3) *Cierre*: formulación de conjeturas. En cierto modo se precisa de competencias genéricas que aparecen gradualmente.

- 1. Fase de apertura:** planteamiento de la pregunta.
- 2. Fase de desarrollo:** diálogo, reflexión y debate.
- 3. Fase de cierre:** formulación de conjeturas.

**¿Por qué cambiar el currículo de Matemáticas en el bachillerato de la Educación Media Superior?: Valoración global de las asignaturas del campo disciplinar de Matemáticas**

Las asignaturas pertenecientes al campo disciplinar de Matemáticas, en el Componente de formación básica y algunas propedéuticas, del BG y del BT son las siguientes:

**Tabla 1.**

Asignaturas revisadas del campo disciplinar de las Matemáticas

Campo disciplinar de las Matemáticas BG	Campo disciplinar de las Matemáticas BT
Propedéutico básico	
Matemáticas I 5 horas	Álgebra 4 horas
Matemáticas II 5 horas	Geometría y trigonometría 4 horas
Matemáticas III 5 horas	Geometría analítica 4 horas
Matemáticas IV 5 horas	Cálculo 4 horas
Propedéutico extendido	
Cálculo integral 3 horas	Cálculo integral 5 horas
Probabilidad y estadística I Probabilidad y estadística II 6 horas	Probabilidad y estadística 5 horas

El estudio de las propuestas realizadas en ambos programas pone en evidencia una supremacía del estudio de conceptos atomizados sobre el adecuado desarrollo del pensamiento matemático. El programa del BT, si bien completo, se limitaba a realizar un listado secuenciado de contenidos matemáticos. Distinto es el caso, aunque perfectible, del programa del BG, que presentaba, los contenidos mediante expresiones en las que el sujeto es el estudiante. Más allá del aprendizaje de conceptos aislados, o bien, articulados bajo el título de una asignatura, se pretende que el estudiantado del bachillerato, la generación del futuro, desarrolle un pensamiento matemático que propicie un pensamiento flexible, crítico y reflexivo que les permita emitir juicios fundados en argumentos válidos.

La presentación actual precisó de un profundo análisis sobre la correlación del trabajo a realizar en clase y las competencias que se pretenden desarrollar. No es posible correlacionar conceptos unitarios con competencias, sino que serán las acciones, actividades y prácticas desarrolladas, las que permiten la



construcción de dicho concepto (el objeto matemático) las que final y efectivamente propicien dicha correspondencia con las competencias determinadas.



Figura 1. Relaciones de subida: Acción — Actividad — Práctica.

Un ejemplo puntual de estas relaciones, podría considerarse como la competencia que enuncia: “argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación”. Con certeza, esta competencia amerita de una articulación de varios conceptos, más específicamente de un campo organizado de conceptos, para el desarrollo del pensamiento matemático en un sentido amplio. Esto explica la necesidad de la anidación de acciones, actividades y prácticas.

Si bien hay cambios muy importantes que incorporan, por ejemplo, el enfoque intercultural (según se expresa en el Modelo Educativo de la Educación Obligatoria) y abre una nueva perceptiva a la educación, la investigación exhibe que los objetos matemáticos no son aprehensibles de manera directa e inmediata aun en estos casos del tratamiento de la interculturalidad, sino que deben generarse espacios que, apoyados en ese enfoque, resignifiquen al objeto mediante el uso, éste sí, situado culturalmente. Dicha resignificación fue el centro que orientó a esta propuesta. Una diferencia fundamental es que privilegamos la **construcción del conocimiento matemático en situaciones contextuales**, por sobre el aprendizaje memorístico y descontextualizado. Una dinámica en espiral que atienda a la transversalidad, la funcionalidad y la contextualidad del saber matemático.

La presente propuesta, alternativa desde sus fundamentos, exige de una *descentración* del objeto matemático, se trata de un abordaje muy cercano al que vive el estudiante en su vida en sociedad, de ahí que le denominemos *construcción social del conocimiento matemático, o más sencillamente, matemáticas en uso*. Dicha *descentración*, no significa anular o desdibujar al objeto abstracto, sino que enuncia un matiz un tanto distinto: la apropiación del objeto matemático precisa de prácticas que le acompañen en su construcción, tanto al nivel de la cultura como del uso que viven los saberes matemáticos situados. Esto es, no se parte del propio objeto matemático, de su definición o enunciación para la apropiación por parte de los estudiantes; sino que se centra en el uso del conocimiento en situaciones

diversas que dan origen al objeto, se considera que el significado del objeto emerge mediante una anidación de prácticas que parte de la acción, se organiza y reestructura en la actividad mediada y se consolida mediante prácticas socialmente compartidas.

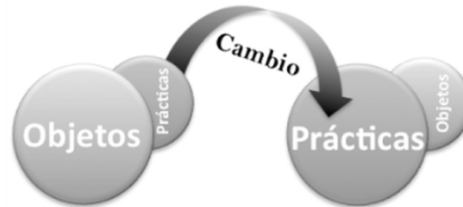


Figura2: Representación gráfica de la descentración del objeto.

La perspectiva tradicional, centrada en la enseñanza del objeto matemático, como fin último del proceso didáctico, ha sido cuestionada, pues la aprensión simbólica del objeto no garantiza su aprendizaje en un sentido pleno (basta observar los resultados obtenidos con esta estrategia didáctica en las distintas evaluaciones y en el salón de clases). Este fenómeno, característico de la enseñanza, hace del objeto una especie de “deidad” que norma o regula el comportamiento áulico. El proceso tradicional de *aprendizaje de la matemática escolar* tiene sus inicios en una enseñanza y un aprendizaje basados en objetos que se *aplicarán*, a posterioridad, en tareas que tengan contexto situacional determinado. Es decir, se explicará de la mejor manera posible un tópico matemático y, posteriormente, se aplicará este conocimiento aprendido en alguna situación de la vida real. La matemática escolar tiene una racionalidad universal que lleva a que las respuestas matemáticamente correctas habitualmente sean únicas. Esto permite una clara delimitación entre *lo que está bien y lo que está mal*, por tanto, agiliza y hace concreta la actividad de evaluar.

Por otro lado, el proceso de *aprendizaje del saber matemático escolar*, precisa de una propuesta alternativa que está siendo planteada en este documento, en ella se refiere a la significación situada de los objetos matemáticos, significación que sólo se obtendrá mediante el uso. *Lo que hago* construye conocimiento y éste desarrolla a la vez al pensamiento matemático. En *lo que hago*, aprendo. La garantía del aprendizaje no refiere, únicamente, a la correcta aplicación del conocimiento aprendido, sino, refiere a la habilidad de significar al objeto matemático mediante sus usos, es decir, a partir de *lo que hago* puedo darle significados al conocimiento matemático abstracto. Diremos, entonces, que las personas *saben matemáticas*, si pueden ponerla en uso dentro y fuera de la clase de Matemáticas, dentro y fuera de la escuela (no basta entonces, con resolver problemas típicamente escolares mediante técnicas más o menos sofisticadas). Si pueden usarla, aun antes de conocer su estructura axiomática formal, pues de esta manera estarán desarrollando su pensamiento matemático. Se pretende darle el estatus de *saber* al

*conocimiento matemático escolar*, es decir, hacerlo funcional y transversal para dotarlo de significado mediante el uso, por encima de la resolución de problemas de la matemática escolar. De aquí, nuestra concepción de resignificación del conocimiento matemático: es decir, **significarlo progresivamente**.

Por tanto, un programa basado en prácticas conlleva a una reestructuración de la noción de aprendizaje, la cual se sustenta en cuatro principios: **una racionalidad contextualizada, un relativismo epistemológico, la resignificación progresiva y los procesos identitarios**. La validez de las respuestas se fundamentará en las argumentaciones y con base en las diferentes respuestas se construirá la estructura escolar del conocimiento matemático que haya sido trabajado.

**En síntesis, se propone el trabajo con las matemáticas que sean funcionales al estudiante, que reconozca su entorno cotidiano y retome de él experiencias para construir conocimiento en la escuela, así también, que el conocimiento pueda ponerse en uso tanto en el aula como en su vida diaria, es decir, se consolide como un saber con pleno *valor de uso*. Para estos fines, la noción de *aula extendida* (Cantoral, 2013) será un elemento importante a tener en cuenta si, como busca toda reforma, pretendemos la *democratización del aprendizaje*.**

Para concluir, hacemos explícita la necesidad de la comprometida participación e involucramiento de los profesores con su práctica y con su desarrollo profesional, que acompañe el proceso de inclusión de la propuesta al quehacer docente y, por sobre todas las cosas, a la participación, opinión e intervención de los profesores, que haga de esta **propuesta** una ruta plausible para su puesta en escena.

## **¿Para qué cambiar el currículo de matemáticas en el bachillerato de la Educación Media Superior?: Una mirada de conjunto de la nueva propuesta curricular**

Una mirada sintética del para qué de los cambios centrados en el uso del conocimiento matemático para el desarrollo del pensamiento por cada uno de los ejes articuladores de aprendizajes que dan sustento a esta propuesta.

### **Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico**

Este Eje profundiza y amplía los aspectos de número, variable y relación proporcional propios de la Educación Básica, para plantear al Álgebra como un lenguaje que permite generalizar y expresar simbólicamente a los números y sus operaciones, y que posibilite, a su vez, la modelación de fenómenos y el planteamiento y resolución de situaciones que exigen del manejo formal de un lenguaje simbólico dotado de significados.

El Álgebra es, a la vez, un objeto de estudio en sí mismo y una forma de entender procesos de simbolización en matemáticas, ciencias y tecnologías: la fuerza del lenguaje algebraico radica en su capacidad de generalización que se expresa en el poder de la simbolización mediante variables y su manipulación, así la *variable* sirve para representar la edad de Pedro, la temperatura del cuerpo, el tiempo transcurrido, la conversión de moneda entre naciones, o la posición del móvil en una recta, pero también habla de manipulaciones de la variable en la construcción de múltiplos y submúltiplos, su doble, su mitad, ... o a través de los desplazamientos o traslados, o bien como un cambio de escala, entre otras.

De este modo el estudiante estaría en condiciones de reconocer la importancia de las matemáticas para su vida, pues las estaría movilizandando mediante el uso de un lenguaje para el reconocimiento de patrones, para arribar a su simbolización y la generalización que constituyen los Elementos del Álgebra Básica.

### **Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico**

Este Eje se ocupa de la extensión de las experiencias sobre el espacio físico y nuestra ubicación relativa en el espacio que fueron tratados en la Educación Básica de la mano con las magnitudes y su medición. Particularmente el énfasis estuvo puesto en longitudes, áreas y volúmenes con fuerte contenido geométrico, algebraico y numérico. En el bachillerato esto se extiende a las propiedades más generales como la congruencia o la semejanza para ser articuladas con nociones transversales como proporcionalidad, homotecia o cambio de escala. Se incorpora también la “angularidad” y el estudio de propiedades y principios generales como los criterios de congruencia y semejanza de triángulos, la medida de magnitudes más sofisticadas y aspectos de la configuración reconfiguración figural.

Tradicionalmente se asume que este Eje contribuye fuertemente en el razonamiento deductivo al operar bajo hipótesis, sin abandonar por completo su base empírica de ubicación espacial. Es la trigonometría un elemento que amplía nuestra idea de proporcionalidad y articula un tratamiento métrico con uno cualitativo, lo numérico con lo geométrico. Para ello se trabaja con estructuras y transformación en el espacio y se adiciona con la trigonometría, el diseño, el trazo y la angularidad y sus propiedades.

### **Lugares geométricos y sistemas de referencia. Del pensamiento geométrico al analítico**

Con este Eje se tiene una extensión natural de la geometría euclidiana a su estudio con métodos analíticos, con los que se resuelven problemas geométricos mediante procedimientos algebraicos. Este método, resulta de suma importancia para este nivel de estudios, pues ayuda a la articulación de áreas del saber –

lo que fortalece la funcionalidad – con otros dominios del conocimiento – lo que ayuda a su transversalidad. Así, la noción de lugar geométrico cartesiano, permite un salto cualitativo en las formas de razonamiento ya, que mediante acciones empíricas como el trazado de una elipse a través de una cuerda debidamente dispuesta es posible arribar a las nociones de órbita planetaria y los movimientos cíclicos.

La curva, ahora puede ser vista simultáneamente como objeto geométrico y como objeto físico, lo que da lugar al empleo de metáforas como las que se dieron para la explicación del flujo sanguíneo. Del mismo modo ocurre con el resto de los lugares geométricos conocidos como secciones cónicas, pues ellos pueden ser reducidos a la manipulación de ecuaciones de segundo grado con dos variables.

Este eje sirve a su vez, para delimitar los sistemas de referencia en el plano y la localización de puntos y curvas, así también se conformarán como el punto de entrada a la matemática del cambio y la variación que opera sobre curvas que pueden también ser interpretadas como trayectorias de movimiento.

### **Pensamiento y lenguaje variacional**

Este Eje se ocupa del tratamiento del cambio, la predicción y la acumulación. Se parte de la variación lineal para conducir a la variación no lineal, la cual es vista localmente linealizable. Esta técnica, de “mirar de cerca”, para reconocer la variación lineal resultó una herramienta poderosa para modelar situaciones de cambio tanto en matemáticas como en ciencias. El crecimiento poblacional, la densidad, la razón de cambio, la velocidad, el área, el perímetro ... pueden ser vistos como casos particulares de procesos predictivos que hacen uso de la derivación y la integración de funciones. Su importancia manifiesta, hace que todo ciudadano, en una sociedad del conocimiento, deba desarrollar esta manera de pensar.

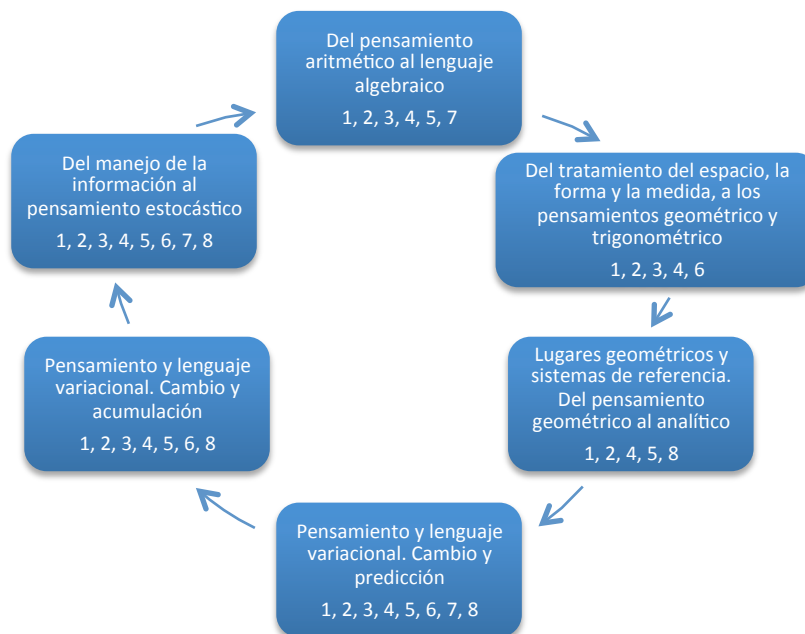
Las funciones, como modelos del cambio, resultan de la mayor importancia en la currícula del bachillerato tanto por su potencialidad para las matemáticas y las ciencias, como por su flexibilidad para la representación en un sinnúmero de situaciones. El estudio de las funciones, algebraicas y trascendentes elementales, brinda la primera síntesis de las matemáticas que han sido estudiadas hasta este momento. Es pues, en este eje de aprendizaje donde efectivamente se articulan los aprendizajes previos y se da inicio a las llamadas matemáticas superiores, pues aquí se vinculan elementos de Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría, Geometría analítica con el cambio y la variación con fines predictivos. En esta labor, el tratamiento del infinito habrá de hacerse intuitivamente como procesos sin fin, o como procesos recursivos, de los que, en ciertos casos, conoceremos sus situaciones límite.

## Del manejo de la información al pensamiento estocástico

Este Eje es de fundamental importancia en estos tiempos, dado que el manejo de la información es figura clave para la toma de decisiones y para el tratamiento del riesgo. El manejo de grandes cantidades de datos precisa del empleo de medidas de tendencia central para modelar, con ellas, el comportamiento de la población en su conjunto y de las medidas de dispersión, para sopesar la variabilidad atendiendo al contexto situacional en el que se toman las decisiones.

Para lograr lo anterior, es fundamental fortalecer la idea del uso de la incertidumbre, el azar y la aleatoriedad en contextos de su vida cotidiana. Que pueda inferir sobre aspectos de la población mediante la muestra, que sepa representar en tablas de datos dados por frecuencias y los interprete en gráficos para sostener juicios fundados sobre el comportamiento. Habrá de desarrollar la habilidad para distinguir entre un método determinista de uno aleatorio en el manejo de la información y en la interpretación de datos agrupados en tablas. Estos elementos son la base o los componentes centrales, relativos a la inferencia y aleatoriedad como elementos de Estadística y Probabilidad.

### Red de competencias disciplinares para el campo de las Matemáticas



De esta red de competencias disciplinares se observa que algunas son bases o antecedentes de otras, es así que las competencias 1, 2 y 4, son la base para el desarrollo de todos los ejes, por tanto, habrá que atender este hecho en el diseño de situaciones de aprendizaje en todas las asignaturas del campo de las

Matemáticas.

- *Competencia 1.* “Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas y formales”
- *Competencia 2.* “Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques”
- *Competencia 4.* “Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación”.

*Prácticas a considerar:* construir, interpretar, formular, resolver, graficar y argumentar.

Otras competencias son intermediarias, en la medida en que se utilizan específicamente en un menor número de contenidos de las asignaturas previstas. Estas son las competencias 3 y 5, a saber:

- *Competencia 3.* “Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales”.
- *Competencia 5.* “Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento”

*Prácticas a considerar:* explicar, interpretar, contrastar, analizar, determinar y estimar.

Un tercer grupo de competencias se presenta sólo esporádicamente a lo largo de las asignaturas. Estas son las competencias 6, 7 y 8, que aparecen cuatro, tres y cuatro veces, respectivamente. Dichas competencias aluden a:

- *Competencia 6.* “Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean”.
- *Competencia 7:* “Elige un enfoque determinístico o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia”.
- *Competencia 8:* “Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos”.

*Prácticas a considerar:* cuantificar, representar, contrastar, elegir, argumentar e interpretar.

En este último bloque de competencias, el nivel de complejidad cognitiva es considerable, pues trata con las acciones de representar y contrastar, elegir y argumentar, construir juicios fundados. Se acompaña de la interpretación, es decir, de la utilización de razonamiento inferencial basado en información, esto

explica que estén presentes en la mayoría de las asignaturas que se ofrecen del cuarto al sexto semestre.

Resulta evidente, por la manera en que se han graduado progresivamente las competencias, que los contenidos centrales dan cuenta de esta evolución, pues se organizaron en secuencias de contenidos específicos siguiendo el esquema de anidación de prácticas, al pasar de la *Acción* a la *Actividad* y de ahí a la *Práctica socialmente compartida*, así se llega a las normativas según el modelo conceptual propuesto.

Veamos a continuación la distribución numérica que sirvió de base para esta clasificación. Es posible leerla de manera vertical o de forma horizontal para dar una idea completa de la distribución entre asignaturas y competencias a fin de mostrar su gradualidad.

La columna de la izquierda muestra las asignaturas y registra la competencia correspondiente; la fila superior muestra las competencias y documenta la asignatura que la incluye. La columna de la derecha suma el total de competencias por asignatura, mientras que la fila inferior es la suma de asignaturas que movilizan dicha competencia.



Tabla: Competencias y asignaturas

	Competencia 1	Competencia 2	Competencia 3	Competencia 4	Competencia 5	Competencia 6	Competencia 7	Competencia 8	Competencias y asignatura
Matemáticas I <i>Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico</i>									6
Matemáticas II <i>Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico</i>									5
Matemáticas III <i>Lugares geométricos y sistemas de referencia. Del pensamiento geométrico al analítico</i>									5
Matemáticas IV <i>Pensamiento y lenguaje variacional. Cambio y predicción</i>									8
Matemáticas V <i>Pensamiento y lenguaje variacional. Cambio y acumulación</i>									7
Matemáticas VI <i>Del manejo de la información al pensamiento estocástico</i>									8
Asignaturas y competencia	6	6	5	6	5	4	3	4	

En términos gráficos tenemos dos imágenes que sintetizan la tabla anterior:

Figura. Distribución de competencias por asignatura

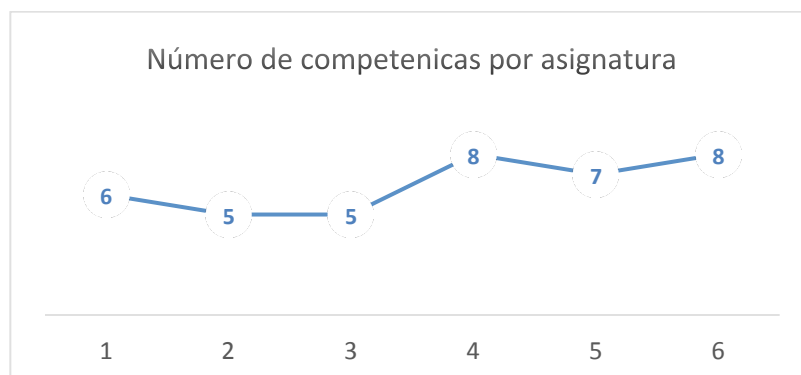
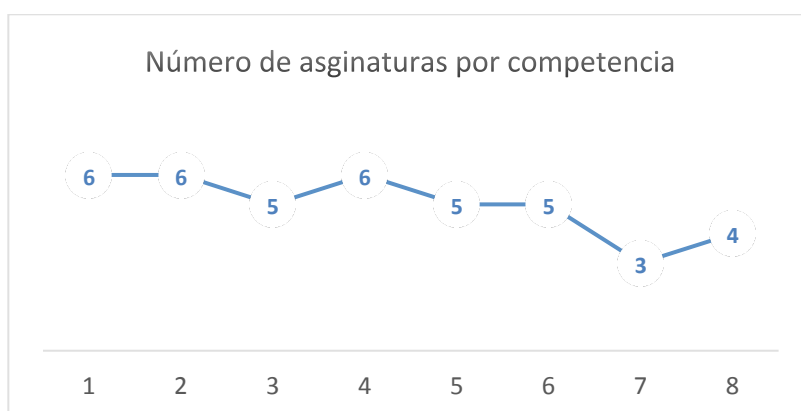


Figura. Distribución de asignaturas por competencia



Esta organización sirvió de base para elaborar la propuesta curricular pues permitió graduar y jerarquizar las competencias y dio pie a la propuesta de **dos tipos de situaciones de transversalidad**, una entre las asignaturas de Matemáticas y otra entre las demás asignaturas de la malla curricular. Se observará adecuadamente mediante ejemplos de transversalidad curricular, tanto de los saberes, como de los aprendizajes.

#### Ejemplo. Transversalidad curricular.

En las clases de ciencias, tanto sociales como exactas, se estudian fenómenos que involucran procesos de cambio, se habla del crecimiento y decrecimiento, o de estados estacionarios con la intención de analizar su patrón de comportamiento y, de este modo, estar en condiciones de inferir o predecir, en la medida de lo posible, el desenlace del fenómeno.

Un ejemplo clásico de lo anterior, lo constituye el movimiento rectilíneo uniforme. Es decir, con la cinemática podremos saber cuál es el estado futuro del movimiento de un cuerpo que se desplaza

sobre una línea recta a velocidad constante. Se busca con este modelo, predecir su posición en un tiempo arbitrario.

El modelo usual es el siguiente, para un tiempo  $t$  cualquiera, se quiere saber la posición  $s$  que depende de  $t$ ,  $s(t)$ , dado que sabemos con qué velocidad viaja y cuál fue su punto de partida. Supongamos que la posición inicial es  $s(0)$ . La velocidad, en tanto que es constante, es la misma que la inicial, es decir, para cualquier tiempo  $t$ , esta es  $v(t)=v(0)$ .

De este modo, la posición en cualquier momento estará dada por la fórmula siguiente:

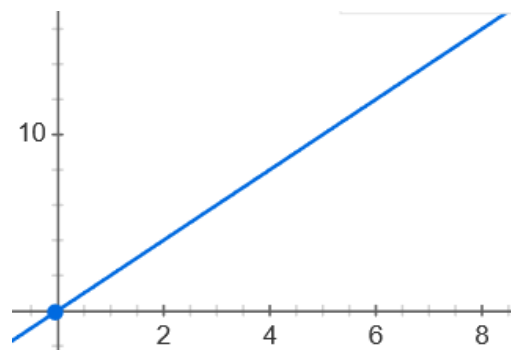
$$s(t)=s(0)+v(0)t.$$

Si construimos una tabla de valores con doble entrada (dos columnas), para valores particulares de  $v(0)=2$  y de  $s(0)=0$ , tendremos que la función posición estará dada por la función  $s(t)=0+2t = 2t$ .

Así es:

$t$	$s(t)$
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8
...	...
$t$	$2t$

Esta tabla, produce una colección de puntos que, al puntearlos en el plano cartesiano, bosqueja una línea recta con pendiente de valor 2, que pasa por el origen de coordenadas, como se observa en el siguiente diagrama.

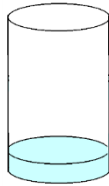


Gráfica. Posición contra tiempo de un móvil.

La transversalidad en este ejemplo consiste en dotar de un sentido didáctico nuevo a la pendiente de una recta, pero haciendo uso de una práctica socialmente compartida como es el llenado de

recipientes. El objetivo es usar el conocimiento informal de los alumnos para construir el conocimiento formal, en este caso el tipo de relación  $y=mx+b$ .

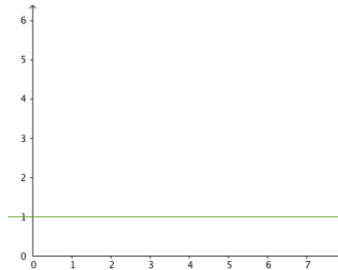
Considere la siguiente Situación de apertura: Un recipiente de forma cilíndrica se va llenando mediante un flujo constante de agua (una llave, por ejemplo). En la imagen se muestra la altura que alcanza el cuerpo de agua al transcurrir un cierto tiempo, digamos un segundo.



Recipiente 1

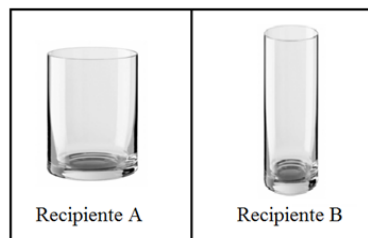
- ¿Cuántos segundos tardará en llenarse el recipiente? Justifique la respuesta.
- Explique cómo es el crecimiento de la altura del cuerpo del líquido al paso del tiempo.
- Proporcione la gráfica que muestre el cambio en el crecimiento en la altura del cuerpo del líquido al paso del tiempo.

Una propuesta de la gráfica que muestra el cambio en el crecimiento de la altura del cuerpo del líquido al paso del tiempo es la siguiente:

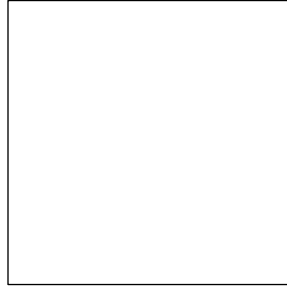
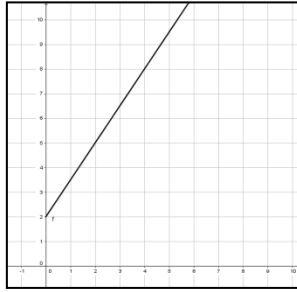


¿Es satisfactoria la respuesta? Analiza y explica con tus argumentos.

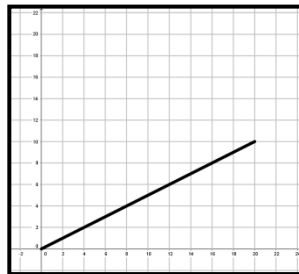
Considera recipientes cilíndricos de diferentes dimensiones y misma capacidad que son llenados al mismo flujo constante.



- ¿En qué se diferencia el crecimiento de la altura del líquido en el recipiente B respecto del A?
- Dibuja el recipiente que corresponde a la siguiente gráfica:



Situación de desarrollo. El siguiente plano cartesiano muestra la gráfica de una recta que representa el llenado de un recipiente, llamémosle C. Construye, en el mismo sistema de referencia, la gráfica del recipiente D si ambos recipientes se llenan a flujo constante y la altura del líquido en el recipiente D aumenta el doble respecto al recipiente C.



En las siguientes tablas se muestran los datos correspondientes al aumento de la altura de un líquido durante el llenado de dos recipientes cilíndricos con las mismas dimensiones.

Recipiente A		Recipiente B	
Tiempo (seg.)	Altura (cm)	Tiempo (seg.)	Altura (cm)
1	3.3	1	1.8
2	4.6	2	3.6
3	5.9	3	5.4
4	7.2	4	7.2

- Si ambos recipientes miden 15 cm de alto, ¿cuál de los dos se llenará primero?
- Una estrategia de solución para el problema anterior se explica con la siguiente frase:

Situación de cierre. Se muestran los datos correspondientes al aumento en la altura del cuerpo del líquido de tres recipientes. Determina la tabla que corresponde al llenado de un cilindro.

Recipiente A		Recipiente B		Recipiente C	
Tiempo (s)	Altura (cm)	Tiempo (s)	Altura (cm)	Tiempo (s)	Altura (cm)
2	1.7	1	1.1	3	2.7
4	3.2	3	3.4	6	5.4
6	4.6	5	6.3	9	8.1
8	5.7	7	9.8	12	10.8
10	6.5	9	13.2	15	13.5

Con base en la tabla que elijas, describe las características del llenado. Utiliza argumentos diversos y compártelos con tus compañeros de clase y con tu maestro.

Este ejemplo, da cuenta de una forma de tratar el diseño de actividades que partan de la realidad del que aprende, desde un punto de vista informal que bien puede iniciar desde el patio de la escuela o en sus casas, para dar significado al comportamiento lineal. En términos generales, el esquema que seguiremos es dejar a los colectivos docentes elaborar piezas de conocimiento como el siguiente:

## Ejemplos que articulan aprendizajes y contenidos de asignaturas de diferentes campos disciplinares

### Ejemplo 1: El desarrollo del lenguaje como herramienta de comunicación

Los contenidos centrales relacionados en la tabla, provenientes de disciplinas, asignaturas y semestres diversos, tienen entre sí una característica común: precisan del lenguaje y la significación del mismo para lograr una comunicación eficaz.

Las expresiones (coloquiales, algebraicas, químicas, verbales, informáticas, entre otras) tienen significados socialmente compartidos. El lenguaje simbólico, en sí, es la expresión simplificada de “algo” que se quiere comunicar: propiedades químicas, comportamientos fenoménicos, enunciados, instrucciones en programación, entre otras.

Se puede entender que la comparación de dos textos mediante una reseña a partir de un párrafo argumentativo, que se trabaja durante el segundo semestre en el campo disciplinar de Comunicación, se correlaciona con la comparación de dos expresiones algebraicas que provienen de enunciados verbales, como los problemas en palabras, que caracterizan a una gran cantidad de fenómenos diversos (Matemáticas I y IV, entre otras, dentro de la malla curricular), o bien, dos nomenclaturas químicas que

hagan referencia a propiedades o procesos diferenciados (Química 1). El proceso de construir y compartir argumentos es un factor que posibilita discernir entre significaciones de un mismo mensaje. Es usual, por ejemplo, que la expresión el *doble de...* se corresponda, en forma simétrica, con *la mitad de...*; este tipo de expresiones están por igual en las Ciencias Experimentales como en el lenguaje algebraico. Son, por así decirlo, formas culturales de apropiación de la proporción y del cambio.

Un ejemplo sencillo lo constituye el siguiente enunciado: Explica los significados de las siguientes expresiones y, si las hubiera, argumenta las diferencias:

Expresión A	Expresión B	Explicación	Argumentación de diferencias
$5 + 4 \times 2 =$	$(5 + 4) \times 2 =$		
No voy a ir a mi casa.	No, voy a ir a mi casa.		
CO <sub>2</sub>	Dióxido de carbono		

Por tanto, apoyándonos en la idea del **desarrollo del lenguaje como herramienta de comunicación** y atendiendo a sus diferentes acepciones, resulta factible potenciarlo y desarrollarlo de manera permanente entre los estudiantes del bachillerato de la Educación Media Superior. Esta situación coadyuvará en su formación de una cultura ciudadana, dado que desarrollan mediante el uso un lenguaje y lo emplean dentro de una actividad de transversalidad curricular cuyo producto integrador será la confección de un informe de investigación que explique los diferentes medios de comunicación y los lenguajes que se usen, para cada uno de los casos, o se construyen en un sentido más amplio como puede ser en el lenguaje formal, el lenguaje informal o coloquial, los lenguajes simbólicos especializados, la lengua escrita, el lenguaje algebraico propio de las matemáticas del bachillerato, entre otros.

Tabla: Articulación de contenidos centrales entre disciplinas del ejemplo:

**El desarrollo del lenguaje como herramienta de comunicación.**

Campo disciplinar	Matemáticas	Ciencias Experimentales	Comunicación			Matemáticas	Humanidades	Ciencias Sociales	
Asignatura	<b>Matemáticas I</b> Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Química I	Lectura, Expresión Oral y Escrita I (BT) y Taller de Lectura y Redacción I (BG)	Lectura, Expresión Oral y Escrita II (BT) y Taller de Lectura y Redacción II (BG)	Informática II (BG) o Tecnologías de la Información y Comunicación (BT)	<b>Matemáticas IV</b> Pensamiento y lenguaje variacional.	Filosofía	Metodología de la Investigación	
Contenido central	Uso de las variables y las expresiones algebraicas. Usos de los números y sus propiedades. Conceptos básicos del lenguaje algebraico.	Síntesis de sustancias y nomenclatura química.	La importancia de la lengua y el papel de la gramática.	El texto como fuente de información y expresión de ideas nuevas.	Programar para aprender.	Cambio y predicción: Elementos del cálculo.	Relación de los seres humanos con el mundo.	El trabajo colaborativo en el aula como base para la integración de la comunidad de aprendizaje.	La producción de conocimiento y aprendizajes mediante la investigación.



<p>Contenido específico</p>	<p>La variable como número generalizado, como incógnita y como relación de dependencia funcional: ¿cuándo y por qué son diferentes?, ¿qué caracteriza a cada una? Ejemplos concretos y creación de ejemplos.</p> <p><b>Tratamiento algebraico de enunciados verbales</b> – “los problemas en palabras”: <b>¿cómo expreso matemáticamente un problema?, ¿qué tipo de simbolización es pertinente para pasar de la aritmética al álgebra?</b></p> <p>Interpretación de las expresiones algebraicas y de su evaluación numérica. Operaciones algebraicas. ¿Por qué la simbolización algebraica es útil en situaciones contextuales?</p>	<p><b>¿Cómo se forman y nombran los compuestos químicos?</b></p> <p>¿Cómo se unen los elementos entre sí?</p> <p><b>La ciencia trabaja con modelos y tiene lenguajes particulares.</b></p> <p>La formación de compuestos tiene reglas, la formación de mezclas no.</p> <p>Modelo del enlace químico.</p> <p><b>Relación enlace– propiedades de los materiales.</b></p>	<p><b>La distinción entre la oralidad y la escritura. El empleo de las nociones básicas de sintaxis.</b></p>	<p><b>El análisis y comparación de dos textos mediante una reseña.</b> Uno de los textos es elegido por el alumno y el segundo, de índole argumentativa, lo propone el profesor.</p> <p><b>El empleo de la estructura sintáctica en un párrafo argumentativo.</b> (premisas y conclusión)</p>	<p>¿Qué es programación?</p> <p><b>Elementos básicos de la programación.</b></p> <p>Diseño de aplicaciones para aprender.</p>	<p>El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos. Tablas, gráficas, texto, expresión oral, movimiento físico, funciones y derivadas.</p> <p>¿Cómo represento el cambio?, ¿puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo? ¿Qué es el cambio y qué la variación?</p> <p><b>Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto.</b></p>	<p><b>¿Cuáles son los medios y obstáculos relacionados con nuestro acceso al mundo?</b></p> <p><b>Sentidos, lenguaje.</b></p> <p>¿Cómo está organizada nuestra visión del mundo? Cosmovisiones, ciencia, filosofía.</p> <p>¿Cómo puedo distinguir el sueño de la vigilia? Realidad, apariencia.</p> <p>¿Son posibles realidades alternativas o diferentes a la nuestra? Situaciones hipotéticas, acontecimientos contra fácticos.</p>	<p>Contribuir a la construcción del proyecto de vida que se trabaja desde las asignaturas de <b>Comunicación</b></p>	<p>Los resultados de la investigación. Hallazgos. <b>Alternativas de solución. Toma de postura o decisión.</b></p>
<p>Aprendizaje esperado</p>	<p>Transita del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico.</p> <p><b>Desarrolla un lenguaje algebraico, un sistema simbólico para la generalización y la representación.</b></p> <p><b>Expresa de forma coloquial y escrita fenómenos de su vida cotidiana</b> con base en prácticas como: simplificar, sintetizar, expresar, verbalizar, relacionar magnitudes, generalizar patrones, representar mediante símbolos, comunicar ideas, entre otras.</p> <p>Reconocen la existencia de las variables y distinguen sus usos como</p>	<p><b>Utiliza la simbología química</b> para representar átomos, moléculas y iones.</p> <p><b>Identifica y comprende las reglas de formación de compuestos.</b></p> <p><b>Comprende la importancia de la nomenclatura.</b></p> <p>Identifica al enlace químico como un modelo.</p> <p>Diferencia los tipos de</p>	<p>Reactiva aprendizajes previos de la asignatura de Informática I (BG) y de Tecnologías de la Información y la Comunicación (BT).</p> <p><b>Identifica el tema, la intención y las partes de expresiones orales y escritas.</b></p> <p>Desarrolla un</p>	<p><b>Contrasta los argumentos de dos textos, a través de una reseña crítica.</b></p> <p><b>Examina los elementos sintácticos del párrafo argumentativo.</b></p>	<p><b>Utiliza los elementos básicos de la programación para la elaboración de aplicaciones</b> que resuelvan problemas cotidianos o intereses personales.</p> <p><i>Examina</i> las limitaciones y aportaciones de la aplicación.</p>	<p>Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.</p> <p><b>Construyen y analizan sucesiones numéricas y reconocen los patrones de crecimiento y decrecimiento.</b> Operan algebraica y</p>	<p><b>Aprender a problematizar en torno a cuál es nuestra primera puerta de acceso al mundo.</b></p> <p>Aprender a investigar para dar respuesta a esa y otras cuestiones filosóficas que, a partir de ella, se formulan.</p>	<p><b>Identifica los elementos básicos de la investigación, uso de la información y uso de las TIC,</b> mediante la propuesta de proyecto de vida</p>	<p><b>Examina las limitaciones y aportaciones de los resultados de la investigación.</b></p> <p>Identifica alternativas para abordar el tema. Mejora el proyecto de vida.</p>

	número general, como incógnita y como relación funcional. <b>Interpreta y expresa algebraicamente propiedades de fenómenos de su entorno cotidiano.</b> <b>Evalúan expresiones algebraicas en diversos contextos numéricos.</b>	enlaces: covalente, iónico y metálico.	resumen por escrito en el que demuestra el tema, la intención y las partes de los textos y lo comenta oralmente en el grupo.		Busca alternativas de otras aplicaciones para abordar el tema seleccionado. <i>Mejora</i> la aplicación.	aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).			
Producto esperado	Abordar situaciones en las que se distinga la variable como incógnita, número generalizado y relación de dependencia. Generalizar comportamientos de fenómenos y construir patrones. Representar y expresar simbólicamente enunciados verbales de actividades matemáticas.	Asocia el enlace químico con las propiedades químicas de los materiales. Utiliza el concepto de puente de hidrógeno para explicar algunos comportamientos del agua.	La aplicación de la estructura de la oración simple en la construcción del resumen.	El relato y justificación por escrito de un tema de su interés. La elaboración de una reseña crítica sobre un texto argumentativo. El contraste de cada uno de los textos elaborados, especificando los argumentos.	El desarrollo de una aplicación (App) sobre un tema de interés del alumno, que pueda utilizarse en teléfonos inteligentes, tabletas, computadoras y redes sociales, y su distribución en la red.	Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en tablas y gráficas.  Predecir la situación óptima de un fenómeno de cambio del tipo no lineal y parabólico.	Collage en el que se dé respuesta a una de las cuatro preguntas (contenidos específicos). En el caso de elegir los contenidos específicos 1, 3 o 4, las respuestas deben corresponder a dos posturas diferentes. Presentación del collage al grupo.	Contribuir a la elaboración de la propuesta de proyecto de vida	La conclusión del proyecto de vida

Tal como se enuncia en el programa disciplinar de Ciencias Sociales, es preciso desarrollar competencias para reconocer al lenguaje como herramienta fundamental para la comunicación en el entorno social de los estudiantes y como instrumento para representar, asimilar y comprender la realidad, pues de este modo estarán en condición de transformarla.

La asignatura Metodología de la Investigación del campo disciplinar de Ciencias Sociales, a partir del trabajo colaborativo y la toma de decisión y postura por parte de los estudiantes ante la información recabada en los medios informativos, permitirán dar a conocer distintos lenguajes de comunicación, sus estrategias para leerlos y, o, escribirlos. Aquí también podrán incorporarse las gráficas como herramienta para comunicar información, los periódicos, entre otros.

El producto final, que consta de un informe escrito, se estima, sea presentado a través de una exposición entre los estudiantes para que refuercen su comunicación oral.

**Ejemplo 2:** El desarrollo de la noción de variación, como argumento ante situaciones de cambio en ciencias y en matemáticas

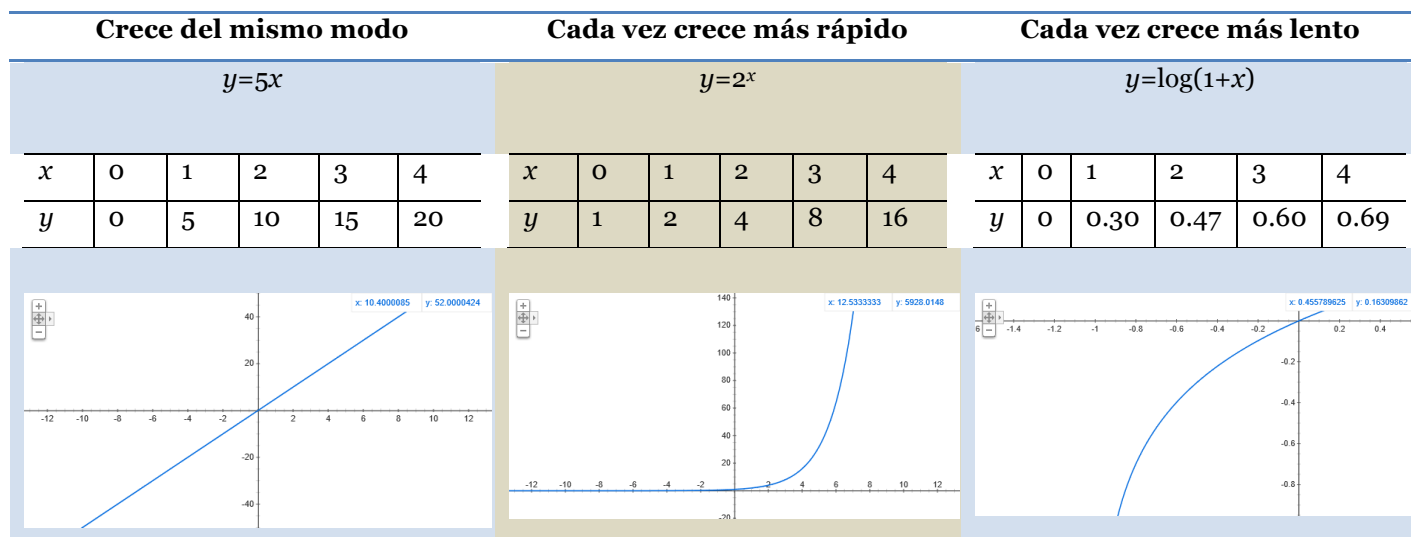
Los contenidos centrales relacionados en la tabla, provenientes de disciplinas, asignaturas diversas, tienen entre sí una característica común: precisan de la noción de variación para describir adecuadamente las situaciones de cambio que se suscitan en las ciencias y en los modelos matemáticos.

En el aula extendida, espacio de articulación entre lenguajes, saberes y prácticas de orden diverso, se pueden rescatar frases de la vida cotidiana que aluden al cambio y que resulten cercanas a la vida del estudiantado, tomamos como ejemplo las siguientes: el carro aceleró continuamente hasta que tuvo que detenerse por completo; si la población creciera al mismo ritmo, no habría alimento que alcance para nutrirnos; el deslizamiento del peso frente al dólar tuvo un impacto en la economía de los mexicanos.

El crecimiento exponencial que caracteriza a las expresiones del tipo  $y=a^x$ , con  $a>1$ , está presente en diversos episodios de la vida de las personas. Las siguientes expresiones se tornan *prácticas socialmente compartidas* para describir el cambio y los tipos de dicho cambio, por ejemplo, “crece del mismo modo”, “crece rápido”, “crece lento”, describen formas de crecimiento que bien podrían identificarse con las expresiones formales correspondientes:

$$y=5x, y=2^x, y=\log(1+x).$$

En términos de expresiones algebraicas, de tablas o gráficas, de las situaciones descritas anteriormente quedarían como sigue:

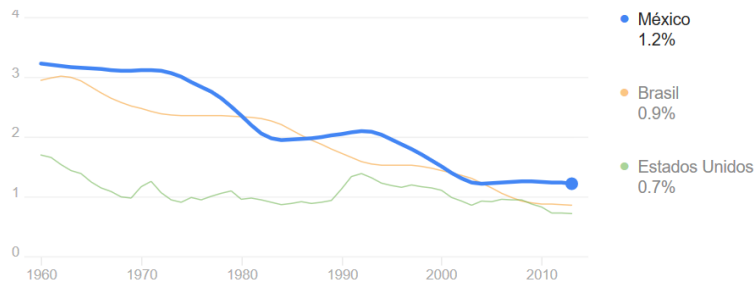


Estas gráficas, si bien se estudian en la asignatura de Matemáticas IV (BT) o de Cálculo diferencial (BG), aparecen también como modelos de crecimiento poblacional, bacterias, grupos humanos, células cancerígenas en el currículo del bachillerato de la Educación Media Superior mexicana en la asignatura de Biología II; del mismo modo ocurre en el tema de fenómenos con aceleración no nula de la asignatura de Física II.

Por ejemplo, en el caso de la Física, el movimiento con velocidad constante da lugar a líneas rectas para describir la relación entre posición y tiempo, pero si la aceleración es constante no nula, es decir, la aceleración imprime al cuerpo una fuerza que hace que su velocidad crezca o decrezca uniformemente, esto da lugar a curvas no lineales del tipo cuadrático. Ahora bien, los crecimientos poblacionales dan lugar a los modelos exponenciales y logarítmicos.

Por tanto, apoyándonos en la idea del **desarrollo del lenguaje del cambio como medio para describir situaciones del crecimiento poblacional o del movimiento uniformemente acelerado**, resulta deseable introducirlo y desarrollarlo de manera que se establezca entre los estudiantes del bachillerato de la Educación Media Superior. Estas actividades articuladoras permitirán dotar de un sentido de realidad y uso al conocimiento matemático. Por ejemplo, se puede pedir a los estudiantes producir una reflexión sobre la similitud de las gráficas que se tienen para México, Brasil y Estados Unidos de América y analizar desde ahí las posibles causas que producen o generan dichos comportamientos.

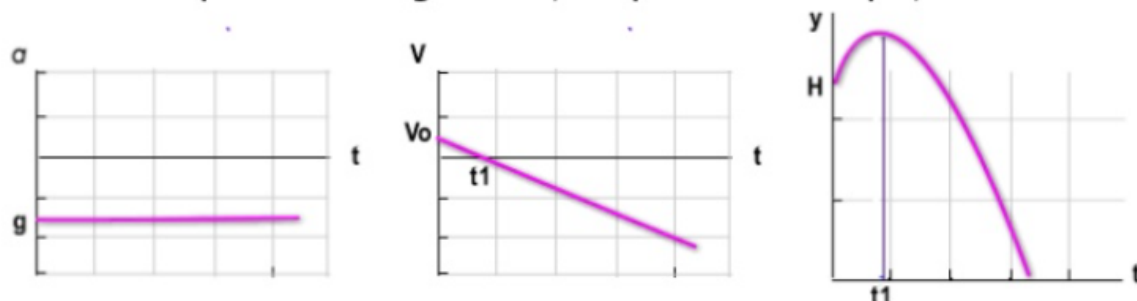
## 1.2% cambio anual (2013)



Sin duda, de este modo, el desarrollo del pensamiento matemático permitirá analizar situaciones cotidianas que coadyuven a una cultura ciudadana en relación con el mundo que habitan.

Por otra parte, el tema de las relaciones entre velocidad y aceleración de un cuerpo, de un tren, de un jet o de una piedra en caída libre puede ser analizado mediante los cambios de posición en el tiempo según se indica en esta serie de gráficas,

Las correspondientes gráficas, respecto al tiempo, serán:



Desde ahí resulta factible preguntarles sobre el significado de las raíces de  $v$  o los máximos de  $y$ , o el signo negativo de la aceleración  $g$  ... ¿De qué tipo de movimiento se trata el que produce estas gráficas?

¿Por qué razón se puede hablar del cambio de población, del movimiento de móviles o de la concavidad y conexidad de gráficas mediante los mismos enunciados verbales, o las mismas prácticas?, esto es pues, las matemáticas en uso.

Tabla: Articulación de contenidos centrales entre disciplinas del ejemplo:

**El desarrollo de la noción de variación, como argumento para situaciones de cambio en las ciencias y en las Matemáticas**

Campo disciplina r	Matemáticas	Ciencias Experimentales	
Asignatura	<b>Matemáticas IV</b> Pensamiento y lenguaje variacional.	Biología II	Física II
Contenido central	Cambio y predicción: Elementos del Cálculo	El crecimiento de las poblaciones	El entrenamiento deportivo como ejemplo de aplicación de la mecánica
Contenido específico	<p><b>El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos.</b> Tablas, gráficas, texto, expresión oral, movimiento físico, funciones y derivadas. <b>¿Cómo represento el cambio?</b>, ¿puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo? <b>¿Qué es el cambio y qué la variación?</b></p> <p><b>Intervalos de monotonía, funciones crecientes y decrecientes. ¿Si una función pasa de crecer a decrecer hay un punto máximo en el medio?</b> ¿Al revés, un punto mínimo? ¿Así se comporta la temperatura en mi ciudad durante todo el día?</p> <p><b>¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, sus propiedades, sus relaciones y sus transformaciones representacionales?</b></p> <p><b>¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales?</b></p> <p>¿Se pueden sumar las funciones?, ¿qué se obtiene de sumar una función lineal</p>	<p><b>¿Puede crecer una población de forma ilimitada? ¿De cuántas maneras pueden crecer las poblaciones?</b> ¿Qué factores limitan o favorecen el crecimiento de las poblaciones? ¿Por qué es importante el control del crecimiento de poblaciones? Población.</p> <p><b>Modelos de crecimiento de poblaciones</b> Factores que limitan el crecimiento de una población.</p>	<p>¿Cuáles son las variables que definen a un sistema físico? ¿Puede la medición y el análisis del deporte formar campeones? ¿Cómo le hace un entrenador para mejorar el desempeño de los atletas? ¿Un atleta entrenado para una carrera de 100 metros puede correr un maratón? ¿Cómo puedo realizar actividades físicas que favorezcan al buen desarrollo de mi cuerpo? * Magnitudes, unidades y variables físicas.</p> <p>Movimiento rectilíneo uniforme</p> <p>*Movimiento rectilíneo</p>

	<p>con otra función lineal? ¿una cuadrática con una lineal?, ¿se le ocurren otras?</p> <p><b>Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto.</b></p>		<p>uniformemente acelerado *La fuerza como causante del estado de movimiento de los cuerpos *</p> <p>Relación y diferencia entre fuerza y energía</p>
<p>Aprendizaje esperado</p>	<p><b>Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.</b></p> <p>Construye y analiza sucesiones numéricas y reconocen los patrones de crecimiento y de decrecimiento.</p> <p>Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.</p> <p>Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.</p> <p>Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).</p> <p>Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.</p>	<p><b>Analiza curvas de crecimiento poblacional para contrastar el crecimiento de una población natural con el crecimiento de las poblaciones humanas.</b></p>	<p>Distinguir los conceptos de velocidad y aceleración.</p>
<p>Producto esperado</p>	<p>Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en tablas y gráficas.</p> <p>Predecir la situación óptima de un fenómeno de cambio del tipo parabólico.</p> <p>Establecer conjeturas del tipo ¿cómo serán las sumas de funciones crecientes?</p> <p>Estimar lo siguiente: Si una población crece exponencialmente, ¿cómo se estima su valor unos años después?</p>	<p>Evalúa, valora juzga y recomienda modelos de crecimiento sostenible de las poblaciones humanas.</p>	<p>Gráficas de movimiento con velocidad o aceleración constante con análisis cualitativo.</p>

## Articulación de las competencias genéricas para las matemáticas

Las competencias genéricas que serán desarrolladas durante el proceso de construcción social del conocimiento matemático en el bachillerato de la Educación Media Superior, desde la postura del desarrollo del pensamiento matemático, son las siguientes:

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
3. Elige y practica estilos de vida saludable.
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
8. Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.
10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

Realizaremos una reflexión y reinterpretación de las mismas desde la postura de la actual propuesta, donde podrá distinguirse el carácter intrínseco de las competencias en la constitución del perfil de egreso de la EMS con un pensamiento matemático formado y preparado para su continuo desarrollo.

El aprendizaje sustentado en la *significación mediante el uso* y el desarrollo del pensamiento matemático permite el conocimiento y la valoración de uno mismo, pues las racionalidades con las cuales argumentarán los procesos que conducen a un resultado serán consideradas y analizadas de manera conjunta. Este hecho promueve la actitud de sustentar una postura personal con base en los argumentos contruidos para dar una respuesta matemática que no sólo refieran a la implementación de una operación y, o, regla, sino que se sustentan en una



racionalidad contextualizada que fundamenta su argumentación.

Veamos un ejemplo que ha sido abordado por profesores y estudiantes durante un trabajo colegiado. La situación planteaba lo siguiente:

“José quiere trabajar para reunir dinero y comprarse unos patines que cuestan \$400 pesos. Él tiene tres amigos que ya trabajan, y ellos le dijeron que le podían echar la mano para encontrar trabajo donde ellos laboran. Para decidir en qué trabajar, él les preguntó cuánto ganan. Las respuestas de sus amigos fueron las siguientes:

Mayra: ... pues lo que gano depende del número de periódicos que venda. A mí me dan \$30 pesos por cada día que voy a trabajar y me dan 40 centavos por cada periódico que venda. Por lo general vendo entre 55 y 63 periódicos. Nunca he venido menos, pero sí más...

Luis Alberto: ... pues lo que yo gano también depende únicamente de lo que venda, a mí me pagan 90 centavos por cada helado. En un día yo vendo entre 57 y 65 helados. Y a diferencia de Mayra yo nunca he vendido más, pero tampoco he vendido menos...

Lupita: ... pues yo trabajo en la tienda de mi mamá y ella me paga \$45 cada día que asisto...

Si Rodolfo quiere reunir el dinero lo antes posible ¿en qué le conviene trabajar?, ¿vendiendo periódicos?, ¿vendiendo helados? o ¿en la tienda de la mamá de Lupita?”

Esta situación, como sabemos, no tiene una única manera de resolverse. La validez de los argumentos y procedimientos supera la verdad de la respuesta numéricamente, pues la decisión de cuál elegir puede ser diversa. Para atender esta situación pueden estar involucrados los siguientes objetos: gráficas, promedio, optimización, máximos, mínimos, regiones del plano, representaciones tabulares, expresiones algebraicas, funciones, entre otras. Asimismo, el contexto y la decisión personal son elementos que intervienen en la racionalidad contextualizada de quien construye una respuesta: el lugar de residencia (frío o caluroso, dependerá para elegir la venta de helados) o la actividad personal (quizás estar en una oficina no sea del agrado de José). En todos los casos, el pensamiento matemático estará puesto en juego, sin embargo, la manera de *usar los conocimientos* para la toma de decisión, propiciará respuestas diversas. En este ejemplo, el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares de las matemáticas se cristalizan en *lo que se hace para dar respuesta*, más allá de la respuesta en sí.

Articular la implementación de algoritmos con la explicación de su funcionalidad hace que la voz del estudiante tome protagonismo en las clases y, esto, contribuye al desarrollo de las habilidades socioemocionales como la autoestima, el reconocimiento y manejo de emociones, la toma de perspectiva y el pensamiento crítico. Las interacciones entre estudiantes y profesores desarrollan la competencia de la participación y colaboración efectiva en grupos diversos, es decir, contribuyen al desarrollo de la colaboración de manera constructiva de un potencial egresado de la EMS.

Al respecto, retomamos la competencia genérica que enuncia la participación con conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, cuyas habilidades socioemocionales son asertividad,

comportamiento pro-social y manejo de conflictos interpersonales. ¿Qué son las situaciones de aprendizaje que promueven diversidad de respuestas sino un elemento para la confrontación de ideas y su *dialectización*? En estas situaciones, la respuesta numérica no resulta suficiente para convencer al otro de que estoy en lo correcto. Ese proceso, a la vez de ser una práctica saludable, promueve desde la construcción de conocimientos matemáticos, la tolerancia a la frustración, el manejo del estrés, el manejo de los conflictos interpersonales y, en particular, propicia la actitud respetuosa hacia la diversidad de valores, ideas y prácticas, en síntesis, respeto al prójimo por sus argumentos en un diálogo compartido.

Así es como, se considera que el diálogo compartido, la discusión colectiva, la escucha de los otros, la interpretación de nuevos argumentos, la comunicación con eficiencia y la búsqueda de consenso, son elementos que caracterizan a un estilo de vida saludable. Las habilidades socioemocionales como el análisis de consecuencias, la empatía y la escucha activa, se desarrollan a medida que se ponen en juego situaciones de aprendizaje que partan de los conocimientos de los estudiantes y, sobre todo, que promuevan la discusión de diversos procedimientos, significados y argumentaciones para dar respuesta a una misma pregunta planteada, como fue ejemplificado anteriormente. La interpretación y emisión de mensajes pertinentes ya sea en lenguaje gestual, verbal, escrito, algebraico, gráfico o tabular, como también los resultados alcanzados a partir de un desarrollo en la comunicación argumentativa, serán competencias desarrolladas a partir de la construcción y el uso de los conocimientos matemáticos. Entonces, las habilidades socioemocionales como asertividad y toma de perspectiva son intrínsecas a los procesos de comunicación y diálogo matemático, desde esta nueva propuesta curricular.

Ubicarse desde el punto de vista de quien aprende y las dinámicas de cambio que plantea la sociedad del conocimiento amerita que las situaciones de aprendizaje contemplen el aula extendida de quien aprende. Este hecho, promueve el uso de métodos establecidos (aprendizajes previos, por ejemplo) para la atención de problemas dados, a la vez que desarrolla la creatividad y el pensamiento lógico y crítico para las innovaciones que habilitarán a nuevas y más robustas respuestas. Este proceso es parte de la resignificación de los objetos matemáticos involucrados.

## Los aprendizajes clave del campo disciplinar de las Matemáticas para el bachillerato de la Educación Media Superior

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
<b>Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico.</b>	<b>Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica.</b>	Uso de las variables y las expresiones algebraicas.
		Usos de los números y sus propiedades.
		Conceptos básicos del lenguaje algebraico.
		De los patrones numéricos a la simbolización algebraica.
		Sucesiones y series numéricas.
		Variación lineal como introducción a la relación funcional.
		Variación proporcional.
		Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático).
		El trabajo simbólico.
Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.		
<b>Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico.</b>	<b>Estructura y transformación: Elementos básicos de Geometría.</b>	Conceptos fundamentales del espacio y la forma, “lo geométrico”.
		El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades.
		Tratamiento de las fórmulas geométricas para áreas y volúmenes.
		Tratamiento visual de las propiedades geométricas, los criterios de congruencia y semejanza de triángulos.
	<b>Trazado y angularidad: Elementos de la Trigonometría plana.</b>	Conceptos básicos de lo trigonométrico.
		Usos y funciones de las relaciones trigonométricas en el triángulo.
		Funciones trigonométricas y sus propiedades.
		Medidas de ángulos y relaciones trigonométricas
		Del círculo unitario al plano cartesiano. Una introducción de las razones de magnitudes a las funciones reales.
		La Geometría analítica como método algebraico para la resolución de tareas geométricas. El tratamiento en diversos sistemas de coordenadas.
<b>Lugares geométricos y sistemas de referencia. Del pensamiento geométrico al analítico.</b>	<b>Sistema de referencia y localización: Elementos de Geometría analítica.</b>	Conceptos básicos del sistema de coordenadas rectangulares, orientación y posición en el plano. El papel del origen de coordenadas en los sistemas de referencia.
		Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.
		Tratamiento visual y representaciones múltiples de los lugares geométricos: coordenadas rectangulares y paramétricas, puntos singulares, raíces y comportamiento asintótico.
		Conceptos básicos de sistemas de coordenadas, orientación y posición.
<b>Pensamiento y lenguaje variacional.</b>	<b>Cambio y predicción: Elementos del Cálculo.</b>	Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales.
		Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales.
		Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites.
		Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales.
		Graficación de funciones por diversos métodos.
		Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función.
		Criterios de optimización: Criterios de localización para

		máximos y mínimos de funciones.
		Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada), optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes)
<b>Pensamiento y lenguaje variacional.</b>	<b>Cambio y acumulación: Elementos del Cálculo integral.</b>	Aproximación y cálculo del “área bajo la curva” por métodos elementales (método de los rectángulos y métodos de los trapecios).
		Antiderivada de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).
		Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida. Uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite aplicados a problemas de las ciencias naturales, exactas y sociales.
<b>Del manejo de la información al pensamiento estocástico.</b>	<b>Riesgo, inferencia y aleatoriedad: Elementos de la Estadística y la probabilidad.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceptos básicos de Estadística y Probabilidad.</li> <li>• Concepto de Riesgo en situaciones contextuales.</li> <li>• Recolección de datos y su clasificación en clases.</li> <li>• Manejo de la información en situaciones de la vida cotidiana.</li> <li>• Tratamiento y significado de las medidas de Tendencia Central</li> <li>• Tratamiento y significado de medidas de Dispersión.</li> <li>• Uso del conteo y la probabilidad para eventos.</li> <li>• Contextualización de los elementos de probabilidad condicional e interpretación del teorema de Bayes.</li> </ul>

# ÁLGEBRA

# Álgebra: Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico

## Diagnóstico: Aspectos considerados para el cambio curricular

De la revisión realizada a las asignaturas Álgebra (BT) y Matemáticas I (BG), se identifica lo siguiente:

- Existe una postura centrada en conceptos fragmentados más que en el desarrollo del pensamiento matemático.
- El programa del BT carece explícitamente de los usos de la variable y lo reduce a su operatividad.
- El programa del BT carece explícitamente de la variación proporcional como una introducción al pensamiento variacional y el tratamiento funcional.
- Se considera como tema específico las leyes de los exponentes y radicales cuando puede ser considerado un tema de revisión sin necesidad de darle el estatus de tema específico durante el semestre.
- Únicamente en el BG se aborda el tema de Sucesiones y Series. Referidas a dos formas particulares: Aritmética y Geométrica.

<b>Matemáticas 1</b> BG - 5 horas	<b>Álgebra</b> BT - 4 horas
Lenguaje algebraico	
Uso de variables y expresiones algebraicas en el contexto de los números positivos y reales.	Expresiones algebraicas. Notación y representación algebraica de expresiones en lenguaje común. Interpretación de expresiones algebraicas. Evaluación numérica de expresiones algebraicas. Operaciones fundamentales.
Sucesiones y series (aritméticas y geométricas) de números, bosquejando funciones discretas (lineales y exponenciales).	Suma, resta, multiplicación y división.
Comparaciones con el uso de tasas, razones, proporciones y variación proporcional como caso simple de relación lineal entre dos variables.	Leyes de los exponentes y radicales.
Operaciones con polinomios de una variable y factorizaciones básicas de trinomios.	Productos notables. Factorización.
Ecuaciones	
Sistemas de ecuaciones $1x1$ , $2x2$ , $3x3$ , en estrecha conexión con la función lineal.	Ecuaciones lineales. Con una incógnita, resolución y evaluación de ecuaciones. Con dos y tres incógnitas.

	Sistema de ecuaciones. Métodos de solución.
Ecuaciones cuadráticas en una variable y su relación con la función cuadrática.	Ecuaciones cuadráticas. Métodos de solución.

Por ello se propone:

- Elaborar un programa que promueva el desarrollo del pensamiento matemático relativo al pasaje de la aritmética al álgebra, es decir, del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico.
- Profundo más que extenso. No se requieren de muchos temas sino de temas e ideas específicas tratadas de manera amplia y profunda: esto no reduce las horas de las asignaturas, sino que amplía el tiempo de trabajo en ellas.
- La elección de estos temas es colegiada.
- Alcanzable en el tiempo estipulado.
- Dirigido a jóvenes que estudian la educación media superior.
- Que desarrolle las competencias de *literacidad matemática* entre los estudiantes.
- Orientado al profesor como actor de la acción didáctica y al estudiante como actor principal de la significación.
- Hacer homogéneos los contenidos de las asignaturas de Matemáticas I y Álgebra. Dejando la posibilidad de ampliación o tematización específica en el BG por su carga horaria superior.

## Adecuación de contenidos para Álgebra

### Propósito de la asignatura:

Que el estudiante aprenda a identificar, analizar y comprender el uso del lenguaje algebraico en una diversidad de contextos, es decir, que logre significarlo mediante su uso.

### Competencias:

Con los contenidos y la forma de trabajo se pretende coadyuvar al desarrollo de las siguientes competencias.

#### Competencias genéricas:

- Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
- Elige y practica estilos de vida saludable.
- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
- Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, religión, México y el mundo.
- Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

*Competencias disciplinares:*

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

**Aprendizajes clave de la asignatura: Álgebra**

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
<b>Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico</b>	<b>Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica.</b>	<b>Uso de las variables y las expresiones algebraicas.</b>
		Usos de los números y sus propiedades.
		Conceptos básicos del lenguaje algebraico.
		<b>De los patrones numéricos a la simbolización algebraica.</b>
		Sucesiones y series numéricas.
		<b>Variación lineal como introducción a la relación funcional.</b>
		Variación proporcional.
		Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático).
		<b>El trabajo simbólico.</b>
Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.		



## Contenidos centrales propuestos para su adecuación mediante discusión colegiada

**Prácticas asociadas:** comparar, modelar, equivaler, construir patrones, seriar/seriación, conmensurar, simplificar, expresar, estimar, verbalizar, resolver, graficar, generalizar, representar, relacionar magnitudes, generalizar, comunicar, construir una unidad de medida, entre otras.

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<p><b>Uso de las variables y las expresiones algebraicas.</b> Usos de los números y sus propiedades. Conceptos básicos del lenguaje algebraico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La <i>variable</i> como número generalizado, incógnita y relación de dependencia funcional: ¿cuándo y por qué son diferentes?, ¿qué caracteriza a cada una? Ejemplos concretos y creación de ejemplos.</li> <li>• Tratamiento algebraico de enunciados verbales – “los problemas en palabras”: ¿cómo expreso matemáticamente un problema?, ¿qué tipo de simbolización es pertinente para pasar de la aritmética al álgebra?</li> <li>• Interpretación de las expresiones algebraicas y de su evaluación numérica. Operaciones algebraicas. ¿Por qué la simbolización algebraica es útil en situaciones contextuales?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transitando del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico.</li> <li>• Desarrollan un lenguaje algebraico, un sistema simbólico para la generalización y la representación.</li> <li>• Expresan de forma coloquial y escrita fenómenos de su vida cotidiana con base en prácticas como: simplificar, sintetizar, expresar, verbalizar, relacionar magnitudes, generalizar patrones, representar mediante símbolos, comunicar ideas, entre otras.</li> <li>• Reconoce la existencia de las variables y distinguen sus usos como número general, como incógnita y como relación funcional.</li> <li>• Interpreta y expresan algebraicamente propiedades de fenómenos de su entorno cotidiano.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas en diversos contextos numéricos.</li> </ul>	<p>Abordar situaciones en las que se distinga la variable como incógnita, como número generalizado y como relación de dependencia.</p> <p>Generalizar comportamientos de fenómenos y construir patrones.</p> <p>Representar y expresar simbólicamente enunciados verbales de actividades matemáticas.</p>
<p><b>Contenido central</b></p>	<p><b>Contenidos específicos</b></p>	<p><b>Aprendizajes esperados</b></p>	<p><b>Productos esperados</b></p>
<p><b>De los patrones numéricos a la simbolización algebraica. Sucesiones y series numéricas.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sucesiones y series numéricas particulares (números triangulares y números cuadrados, sucesiones aritméticas y geométricas), representadas mediante dibujos, tablas y puntos en el plano. Con base en comportamientos numérico, ¿qué cambia, cómo y cuánto cambia? Un análisis variacional de los patrones numéricos*. *Contenido de carácter opcional para el BT, convendría incorporarlo.</li> <li>• Lo lineal y lo no lineal. Representaciones discretas de gráficas contiguas: ¿qué caracteriza a una relación de comportamiento lineal?, ¿cómo se relacionan las variables en una relación lineal?, ¿cómo se relacionan las variables en una relación no lineal?, ¿cómo se diferencian?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen patrones de comportamiento entre magnitudes.</li> <li>• Fórmula de manera coloquial escrita (retórica), numérica y gráficamente patrones de comportamiento.</li> <li>• Expresa mediante símbolos fenómenos de su vida cotidiana.</li> <li>• Reconoce fenómenos con comportamiento lineal o no lineal.</li> <li>• Diferencia los cocientes <math>y/x</math> y <math>\square y/\square x</math> como tipos de relaciones constantes entre magnitudes.</li> <li>• Representa gráficamente fenómenos de variación</li> </ul>	<p>Usar estrategias variacionales (comparar, seriar, estimar) para diferenciar comportamientos lineales y no lineales.</p> <p>Caracterizar los fenómenos de variación constante.</p> <p>Representar gráficamente fenómenos de variación constante.</p>

		constante en dominios discretos.	
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>Variación lineal como introducción a la relación funcional. Variación proporcional. Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático).</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sobre el uso de tasas, razones, proporciones y variación proporcional directa como caso particular de la función lineal entre dos variables: ¿qué magnitudes se relacionan?, ¿cómo es el comportamiento de dicha relación?</li> <li>La proporcionalidad y sus propiedades numéricas, geométricas y su representación algebraica. Se sugiere tratar con situaciones cotidianas antropométricas y de mezclas (colores y sabores): ¿qué es lo que se mantiene constante en una relación proporcional?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa de forma coloquial y escrita fenómenos de proporcionalidad directa de su vida cotidiana con base en prácticas como: comparar, equivaler, medir, construir unidades de medida, entre otras.</li> <li>Caracteriza una relación proporcional directa.</li> <li>Resignifica en contexto al algoritmo de la regla de tres simple.</li> <li>Expresa de manera simbólica fenómenos de naturaleza proporcional en el marco de su vida cotidiana.</li> </ul>	<p>Explicar el algoritmo de la regla de tres con más de un argumento.</p> <p>Construir unidades de medida a partir de establecer una relación específica entre magnitudes.</p>
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>El trabajo simbólico.</b> Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operaciones con polinomios y factorizaciones básicas de trinomios (productos notables). Se sugiere apoyarse de los modelos geométricos materiales y simbólicos) para el cuadrado del binomio.</li> <li>Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?</li> <li>Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, en estrecha conexión con la función lineal: ¿qué caracteriza al punto de intersección?, ¿siempre existe solución?</li> <li>Ecuaciones cuadráticas en una variable y su relación con la función cuadrática. Interpretación geométrica y algebraica de las raíces. Tratamiento transversal con el tiro parabólico y los máximos y mínimos de una función cuadrática. ¿Cómo se interpreta la solución de una ecuación lineal y las soluciones de una ecuación cuadrática?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simboliza y generalizan fenómenos lineales y fenómenos cuadráticos mediante el empleo de variables.</li> <li>Opera y factorizan polinomios de grado pequeño.</li> <li>Significa, gráfica y algebraicamente, las soluciones de una ecuación.</li> <li>Interpreta la solución de un sistema de ecuaciones lineales.</li> </ul>	<p>Interpretar la solución de un sistema de ecuaciones lineales, analítica y gráficamente.</p> <p>Expresar las soluciones de ecuaciones cuadráticas.</p>

# **GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA**

# Geometría y trigonometría: Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico

## Diagnóstico: Aspectos considerados para el cambio curricular

De la revisión realizada a las asignaturas de Matemáticas II del BG y Geometría y trigonometría del BT, se identifica lo siguiente:

- En el BT se incluían definiciones de punto, línea, método inductivo y deductivo, que no se encuentran en el BG.
- Existe un listado de conceptos sin un valor de uso o funcionalidad explícitos para la vida del estudiante.
- No trabajan las distintas relaciones existentes entre ángulos, triángulos, polígonos y circunferencias.

<b>Matemáticas 2</b> BG - 5 horas	<b>Geometría y trigonometría</b> BT - 4 horas
<b>Figuras geométricas</b>	
Ángulos. Características de ángulos. Sistemas de medición.	Origen y métodos. Punto y línea. Método inductivo. Método deductivo.
Triángulos. Características de triángulos. Suma de ángulos de triángulos. Criterios de congruencia de triángulos. Teorema de Tales y Pitágoras.	Triángulos. Notación y diversidad, ángulos interiores y exteriores. Rectas y puntos notables. Teoremas.
Polígonos. Elementos y propiedades.	Polígonos. Notación y diversidad, ángulos interiores y exteriores. Diagonales, perímetros, áreas y teoremas.
Circunferencia. Elementos y propiedades. Perímetros y áreas.	Circunferencias. Ángulos en la circunferencia. Perímetro. Áreas de figuras circulares. Teoremas.
<b>Relaciones y funciones en el triángulo</b>	
Relaciones trigonométricas. Razones trigonométricas. Funciones trigonométricas en el plano cartesiano. Círculo unitario, aplicación de leyes de senos y cosenos.	Relaciones trigonométricas. Razones trigonométricas. Funciones trigonométricas en el plano cartesiano. Círculo unitario Identidades fundamentales. Resolución de triángulos.

Por lo anterior se propone:

- Elaborar un programa que promueva el desarrollo del pensamiento matemático con orientación más exploratoria y operativa a la Geometría Euclidiana y a la Trigonometría.
- Diferenciar el tratamiento de la forma, el espacio y la medida entre el pensamiento geométrico y el pensamiento trigonométrico.
- Establecer relaciones, desde el propio programa de estudios, entre las nociones de ángulos y sus medidas, de triángulos y su clasificación, de polígonos y sus relaciones con los triángulos y de la circunferencia.
- Significar con procesos visuales y numéricos en los objetos geométricos y trigonométricos.
- Profundizar en las relaciones trigonométricas con base en “la confrontación” con las relaciones proporcionales.
- Hacer homogéneos los contenidos de la asignatura de Geometría y trigonometría con los de Matemáticas II. Dejando la posibilidad de ampliación mediante temas selectos en BG por la carga horaria superior.

## **Adecuación de contenidos para Geometría y trigonometría**

### **Propósitos de la asignatura:**

Que el estudiante aprenda a identificar, analizar y comprender el uso de la configuración espacial y sus relaciones; así como también, signifique las fórmulas de perímetro, área y suma de ángulos internos de polígonos.

Que el estudiante aprenda a identificar, operar y representar el uso de los elementos figurales de ángulo, segmento, polígono, círculo y sus relaciones métricas.

### **Competencias:**

Con los contenidos y la forma de trabajo se pretende coadyuvar al desarrollo de las siguientes competencias.

#### *Competencias genéricas:*

- Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
- Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

- Elige y practica estilos de vida saludable.
- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
- Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, religión, México y el mundo.
- Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

*Competencias disciplinares:*

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.

**Aprendizajes clave de la asignatura: Geometría y trigonometría**

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
<b>Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico.</b>	<b>Estructura y transformación: Elementos básicos de Geometría.</b>	<b>Conceptos fundamentales del espacio y la forma, “lo geométrico”.</b>
		<b>El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades.</b>
		Tratamiento de las fórmulas geométricas para áreas y volúmenes.
		<b>Tratamiento visual de las propiedades geométricas, los criterios de congruencia y semejanza de triángulos.</b>
	<b>Trazado y angularidad: Elementos de la Trigonometría Plana.</b>	<b>Conceptos básicos de lo trigonométrico.</b>
		Usos y funciones de las relaciones trigonométricas en el triángulo.
		Funciones trigonométricas y sus propiedades.
		Medidas de ángulos y relaciones trigonométricas Del círculo unitario al plano cartesiano. Una introducción de las razones de magnitudes a las funciones reales.

## Contenidos centrales propuestos para su adecuación mediante discusión colegiada

**Prácticas asociadas:** Representar, trazar, medir, construir, convertir, visualizar, estimar, comparar, relacionar, aproximar, conjeturar, argumentar, calcular, interpretar, reconfigurar, entre otras.

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<b>Conceptos básicos del espacio y la forma: “lo geométrico”.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elementos, características y notación de los ángulos.</li> <li>Sistemas angulares de medición: ¿cómo realizar las conversiones de un sistema a otro?, ¿por qué existen varias formas de medir ángulos?, ¿cuáles son las razones por las cuales se hacen las conversiones?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Distingue conceptos básicos de: recta, segmento, semirecta, línea curva.</li> <li>Interpreta los elementos y las características de los ángulos.</li> <li>Mide manual e instrumentalmente los objetos trigonométricos y da tratamiento a las relaciones entre los elementos de un triángulo.</li> <li>Trabaja con diferentes sistemas de medición de los ángulos, realizan conversiones de medidas.</li> </ul>	<p>Convertir de un sistema de medición a otro, medidas angulares.</p> <p>Trazar y medir ángulos con instrucciones determinadas.</p> <p>Medir y estimar ángulos.</p>
Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizaje esperado	Producto esperado
<b>El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propiedades de los triángulos según sus lados y ángulos: ¿qué los identifica entre sí?, ¿qué los diferencia entre sí?, ¿por qué los triángulos son estructuras rígidas usadas en las construcciones?</li> <li>Característica de las sumas de ángulos internos en triángulos y de polígonos regulares: ¿por qué la configuración y la reconfiguración espacial de figuras sirven para tratar con situaciones contextuales de la Geometría?</li> <li>Propiedades de los polígonos regulares.</li> <li>Elementos y propiedades básicas de los ángulos en la circunferencia.</li> <li>Patrones y fórmulas de perímetros de figuras geométricas. ¿Cuánto material necesito para cercar un terreno? ¿Cuál figura tiene perímetro menor?</li> <li>Patrones y fórmulas de áreas de figuras geométricas. ¿Con cuánta pintura alcanza para pintar la pared? ¿Tienen la misma área? ¿Qué área es mayor?</li> <li>Patrones y fórmulas de volúmenes de figuras geométricas. ¿Las formas de medir volúmenes en mi comunidad? ¿Tienen el mismo volumen?</li> <li>Patrones y fórmula para la suma de ángulos internos de polígonos. ¿Para qué puedo usar estas fórmulas generales? ¿La suma de los ángulos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica, clasifica y caracteriza a las figuras geométricas.</li> <li>Interpreta las propiedades de las figuras geométricas.</li> <li>Significa las fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes de figuras geométricas con el uso de materiales concretos y digitales.</li> </ul>	<p>Construir triángulos con lados dados, con dos lados y un ángulo dado, o con un lado y dos ángulos dados.</p> <p>Reconfigurar visualmente una figura geométrica en partes dadas.</p> <p>Estimar y comparar superficies y perímetros de figuras rectilíneas.</p> <p>Calcular y argumentar en cuerpos sólidos cuál volumen es mayor.</p>

	internos de un cuadrado es? <ul style="list-style-type: none"> <li>• Patrones y fórmulas de algunos ángulos en una circunferencia. “Midiendo los ángulos entre las manecillas del reloj”, los ángulos de las esquinas de una cancha de futbol.</li> </ul>		
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>Tratamiento visual de las propiedades geométricas, los criterios de congruencia y semejanza de triángulos.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Criterios de congruencia de triángulos y polígonos: ¿qué tipo de configuraciones figurales se precisan para tratar con polígonos, sus propiedades y estructuras, relaciones y transformaciones?</li> <li>• ¿Congruencia o semejanza? El tratamiento de la reducción y la copia. Figuras iguales y figuras proporcionales.</li> <li>• Teorema de Tales y semejanza de triángulos: ¿cómo surge y en qué situaciones es funcional? ¿Calculando la altura al medir la sombra? Figuras a escala.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caracteriza y clasifica a las configuraciones espaciales triangulares según sus disposiciones y sus relaciones.</li> <li>• Significa los criterios de congruencia de triángulos constructivamente mediante distintos medios.</li> <li>• Interpreta visual y numéricamente al Teorema de Tales en diversos contextos y situaciones cotidianas.</li> </ul>	<p>Descomponer un polígono en triángulos.</p> <p>Construir un triángulo semejante a uno dado.</p> <p>Medir la altura de un árbol a partir de su sombra.</p>
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>Conceptos básicos de lo trigonométrico.</b> Usos y funciones de las relaciones trigonométricas en el triángulo. Funciones trigonométricas y sus propiedades. Medidas de ángulos y relaciones trigonométricas. Del círculo unitario al plano cartesiano. Una introducción de las razones de magnitudes a las funciones reales. Visualizando fórmulas e identidades trigonométricas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida de ángulos y razones trigonométricas de ciertos ángulos: ¿qué tipo de argumentos trigonométricos se precisan para tratar con triángulos, sus propiedades y estructuras, relaciones y transformaciones?</li> <li>• ¿Por qué la relación entre razones de magnitudes sirve para analizar situaciones contextuales?, ¿cómo se diferencia de la razón proporcional entre magnitudes?</li> <li>• El círculo trigonométrico, relaciones e identidades trigonométricas. Tablas de valores de razones trigonométricas fundamentales. ¿De la antigüedad clásica a la geo localización?</li> <li>• Las identidades trigonométricas y sus relaciones. ¿Cómo uso las identidades trigonométricas en diversos contextos de ubicación en el espacio, la topografía y la medición?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caracteriza a las relaciones trigonométricas según sus disposiciones y sus propiedades.</li> <li>• Interpreta y construyen relaciones trigonométricas en el triángulo.</li> <li>• Analiza al círculo trigonométrico y describen a las funciones angulares, realiza mediciones y comparaciones de relaciones espaciales.</li> </ul>	<p>Calcular el valor del seno de <math>30^\circ</math>.</p> <p>Argumentar por qué el coseno de <math>45^\circ</math> y el seno de <math>45^\circ</math> son iguales, pero el seno de <math>30^\circ</math> y el coseno de <math>30^\circ</math> son distintos entre sí.</p> <p>Estimar el valor de <math>\sin^2 x + \cos^2 x</math>.</p>



# **GEOMETRÍA ANALÍTICA**

# Geometría analítica: Lugares geométricos y sistemas de referencia. Del pensamiento geométrico al analítico

## Diagnóstico: Aspectos considerados para el cambio curricular

De la revisión realizada a las asignaturas de Matemáticas III (BG) y Geometría analítica (BT), se identifica lo siguiente:

- Además de la diferencia horaria (4 horas en BT y 5 horas en BG), el programa de estudios es bastante similar. Al final de los temas, la hipérbola, como lugar geométrico, aparece sólo en el BT.
- El BT trata el tema de coordenadas polares y su conversión a rectangulares, da también una introducción a los vectores en el plano, a diferencia del BG que lo omite.
- En ambos programas está ausente el tema de la localización de objetos en un plano, por punto o por región.

<b>Matemáticas 3</b> BG - 5 horas	<b>Geometría analítica</b> BT - 4 horas
<b>Sistemas coordenados</b>	
Propiedades de segmentos rectilíneos y polígonos.	Rectangulares. Puntos en el plano Distancia entre dos puntos. División de un segmento en una razón dada. Punto medio, perímetro y áreas. Polares. Radio vector y ángulo polar. Transformaciones del sistema polar al rectangular y viceversa.
<b>Lugares</b>	
Características matemáticas que definen un lugar geométrico.	La recta.
Elementos de una recta como lugar geométrico. Formas de la ecuación de una recta y propiedades.	Pendiente y ángulo de inclinación. Formas de la ecuación de una recta y sus transformaciones. Intersección de rectas y relación entre rectas. Rectas notables del triángulo. Cónicas.
Elementos y ecuaciones de una circunferencia. Elementos y ecuaciones de una parábola. Elementos y ecuaciones de una elipse.	Elementos, ecuaciones, condiciones geométricas y analíticas de: Circunferencia Parábola Elipse Hipérbola

Por lo anterior se propone:

- Anteceder el tema del punteo en el plano y su localización a la construcción de la noción de lugar geométrico como arreglo determinado por fórmulas.
- Introducir ideas de transversalidad con el movimiento planetario y la resolución algebraica de problemas geométricos como ocurrió en la historia de las matemáticas.
- Acompañar el tema de lugar geométrico con ejemplos que favorezcan la transversalidad, por ejemplo, la caída libre y el tiro parabólico ayudan a estos fines (trayectorias rectilíneas y parabólicas). El momento circular y las órbitas de los planetas se adaptan adecuadamente a las curvas cerradas (trayectorias circulares y elípticas).
- Conviene robustecer más los contenidos centrales aun a costa de no tener un programa extenso, se requieren temas seleccionados por su potencialidad didáctica que habrán de desarrollarse amplia y profundamente.
- Se deben especificar las acciones a seguir en cada uno de los pensamientos (geométrico, algebraico y geométrico – analítico) para lograr el desarrollo del pensamiento matemático.
- Algunas de las actividades de papiroflexia permiten visualizar ciertos lugares geométricos, se recomienda valorar su uso en aula, de igual manera el uso de software dinámico gratuito.

## **Adecuación de contenidos para Geometría analítica**

### **Propósitos de la asignatura:**

Que el educando utilice los sistemas coordenados de representación para ubicarse en el plano.

Que el estudiante desarrolle estrategias para el tratamiento de los lugares geométricos como disposiciones en el plano.

Que el estudiante incorpore los métodos analíticos en los problemas geométricos.

### **Competencias:**

Con los contenidos y la forma de trabajo se pretende coadyuvar al desarrollo de las siguientes competencias.

#### *Competencias genéricas:*

- Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
- Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
- Elige y practica estilos de vida saludable.
- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la

utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
- Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, religión, México y el mundo.
- Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

*Competencias disciplinares:*

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

**Aprendizajes clave de la asignatura: Geometría analítica**

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
<b>Lugares geométricos y sistemas de referencia. Del pensamiento geométrico al analítico.</b>	<b>Sistema de referencia y localización: Elementos de Geometría analítica</b>	La Geometría analítica como método algebraico para la resolución de tareas geométricas. El tratamiento en diversos sistemas de coordenadas.
		Conceptos básicos del sistema de coordenadas rectangulares, orientación y posición en el plano. El papel del origen de coordenadas en los sistemas de referencia.
		Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.
		Tratamiento visual y representaciones múltiples de los lugares geométricos: coordenadas rectangulares y paramétricas, puntos singulares, raíces y comportamiento asintótico.

## Contenidos centrales propuestos para su adecuación mediante discusión colegiada:

**Prácticas asociadas:** Ubicar, puntear, secuenciar, representar, localizar, dibujar, diseñar, resolver, modelar, entre otras.

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<p><b>La Geometría analítica como método algebraico para la resolución de tareas geométricas. El tratamiento de los sistemas de coordenadas.</b></p> <p>Conceptos básicos del sistema de coordenadas rectangulares, orientación y posición en el plano. El papel del origen de coordenadas en los sistemas de referencia.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sistema de coordenadas cartesianas. Me oriento en el plano: ¿puedo hacer un mapa del sitio en el que vivo? ¿Qué ruta es más corta?</li> <li>• Los lugares geométricos básicos: la recta y la circunferencia. ¿Cómo se construye la ecuación de la recta? ¿Cuáles son sus invariantes? Camino en línea recta, y el láser, ¿cómo lo hace? ¿Qué sabes del movimiento circular? Algunos ejemplos de la naturaleza, ¿conoces algunos?</li> <li>• Otros lugares geométricos: la elipse, la parábola y la hipérbola. ¿Qué significan esas palabras?, ¿de dónde vienen, conoces su historia?</li> <li>• La longitud de segmento, el punto medio, la perpendicular a un segmento, entre otras. Intersección de rectas y demás lugares geométricos. ¿Puedes doblar un papel que deje marcado en su doblez dos segmentos perpendiculares?, ¿dos segmentos paralelos?, ¿cómo lo hiciste?</li> </ul>	<p>Caracteriza de forma analítica los problemas geométricos de localización y trazado de lugares geométricos.</p> <p>Ubica en el plano - en distintos cuadrantes - y localizan puntos en los ejes y los cuadrantes mediante sus coordenadas.</p> <p>Interpreta y construye relaciones algebraicas para lugares geométricos. Ecuación general de los lugares geométricos básicos.</p>	<p>Colocar en un sistema cartesiano, tres lugares de la zona en la que vivo.</p> <p>Calcular la distancia más corta entre la escuela y mi casa.</p> <p>Representar en un plano dos rectas paralelas, encontrar sus ecuaciones.</p> <p>Dibujar en el plano dos circunferencias concéntricas, encontrar sus ecuaciones.</p> <p>Localizar una recta en el plano y bosquejar su perpendicular por un punto dado.</p>
Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<p><b>Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?</li> <li>• ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia? ¿qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?</li> <li>• Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?</li> </ul>	<p>Caracteriza y distingue a los lugares geométricos según sus disposiciones y sus relaciones.</p>	<p>Argumentar las diferencias visibles entre una recta y una parábola.</p> <p>Construir una elipse que describa el movimiento de la Tierra en torno del Sol.</p>
Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<p><b>Tratamiento visual y</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Por qué los lugares geométricos tratados analíticamente resultan</li> </ul>	<p>Dibuja un cono y visualizan cortes prototípicos</p>	<p>Trazar en un cono recto los cortes para</p>

<p><b>representaciones múltiples de los lugares geométricos.</b></p>	<p>útiles para el tratamiento en diferentes situaciones contextuales?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dibuja un cono y visualiza sus cortes. ¿Qué figuras reconoces?, ¿de qué depende la forma que tenga el corte sobre el cono?</li> <li>• Analiza los elementos de la ecuación general de las cónicas. ¿Por qué todas son de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas?</li> <li>• Tabula y puntea en el plano distintos puntos de una parábola, lo mismo para una circunferencia, una elipse y una hipérbola. ¿Qué son las asíntotas?</li> </ul>	<p>(circunferencia, elipse, parábola e hipérbola).</p> <p>Analiza los elementos y la estructura de la ecuación general de segundo grado para las cónicas.</p>	<p>encontrar una circunferencia, una elipse, una parábola y una hipérbola.</p> <p>Determinar la asíntota de una hipérbola dada y argumentar si se cruzan ambos lugares geométricos.</p>
--	---	---	---

# CÁLCULO DIFERENCIAL

## Cálculo diferencial: Pensamiento y lenguaje variacional

### Diagnóstico: Aspectos considerados para el cambio curricular

De la revisión realizada a las asignaturas de Matemáticas IV y Cálculo diferencial del BG y el curso de Cálculo diferencial del BT, se identifica lo siguiente:

- Esta es la primera asignatura de la malla curricular con contenidos claramente diferentes entre el BG y el BT. En el BG se antecede el estudio del Cálculo diferencial por un curso introductorio de pre-cálculo (Matemáticas IV), el número de horas también es diferente en ambos subsistemas.
- Quizá el tema primero, tratamiento de las funciones, del BT, podría ser reorientado como un curso introductorio al pre-cálculo y, en ese sentido, tomar algunas de las ideas del BG para tal efecto. Por ejemplo, operar sobre funciones puede servir para analizar regiones y comportamientos.
- El programa del BT tiene una estructura clásica donde domina el análisis regresivo del contenido de un curso de Cálculo diferencial, se parte de los números reales para pasar a los elementos de una función (dominio, contra dominio e imagen), operaciones con funciones, los límites, las funciones continuas y las derivadas de las funciones; mientras que el del BG se ocupa del llamado pre-cálculo (previo al Cálculo) para funciones polinomiales de grado pequeño y funciones trascendentes elementales.
- El programa de Matemáticas: Cálculo diferencial del BG, tiene una orientación empírica, aunque no resulta claro cómo se puede usar la idea de límite cuando no hay proceso infinito involucrado en los ejemplos de producción que el programa declara.
- Se sugiere manejarlo de forma separada, cuando las nociones matemáticas de límite o derivada sean tratados, se haga de manera que cumplan con el doble rol de las matemáticas. Desarrollar la idea intuitiva de límite y en los casos concretos hablar de aproximaciones.

<b>Matemáticas IV</b> BG - 5 horas
Reconoces y realizas operaciones con distintos tipos de funciones. Aplicas funciones especiales y transformaciones de gráficas. Empleas funciones polinomiales de grado tres y cuatro. Utilizas funciones factorizables en la resolución de problemas. Aplicas funciones racionales. Criterios de comportamiento de datos. Utilizas funciones exponenciales y logarítmicas. Aplicas funciones periódicas.



<b>Cálculo diferencial</b> BG - 3 horas	<b>Cálculo diferencial</b> BT - 4 horas
<p>Argumentas el estudio del Cálculo mediante el análisis de su evolución, sus modelos matemáticos y su relación con hechos reales.</p> <p>Resuelves problemas de límites en situaciones de carácter económico, administrativo, natural y social.</p> <p>Calculas, interpretas y analizas razones de cambio en fenómenos naturales, sociales, económicos, administrativos, en la agricultura, en la ganadería y en la industria.</p> <p>Calculas e interpretas máximos y mínimos sobre los fenómenos que han cambiado en el tiempo de la producción, producción industrial o agropecuaria.</p>	<p><b>Pre-Cálculo</b> Números reales, intervalos, desigualdades.</p> <p><b>Funciones</b> Dominio y contra dominio, clasificación, comportamiento, operaciones.</p> <p><b>Límites</b> Límite de una función, propiedades, continuidad de una función.</p> <p><b>Derivada</b> Razón de cambio promedio de interpretación geométrica, Derivación de funciones, derivadas sucesivas, comportamiento.</p>

Por ello se propone:

- Integrar en un solo curso de Cálculo diferencial a ambos contenidos (el de BG y el de BT) para tener hasta este semestre el mismo contenido matemático, esto favorecerá la movilidad y la equivalencia formativa entre subsistemas. Esto precisará de una nueva distribución horaria.
- Diferenciar el tratamiento del pre-cálculo al del cálculo diferencial, con el fin de fortalecer las ideas variacionales como antecedente del pensamiento funcional. En este sentido, denominar a Matemáticas V como Cálculo diferencial con un primer tema introductorio para el tratamiento de las funciones (el pre-cálculo).
- Reiterar la idea de tener contenidos más robustos, aunque menos extensos, no se requieren de muchos temas sino de temas específicos tratados de manera amplia y profunda. Por ejemplo, el tema de continuidad de las funciones podría tratarse al nivel de contigüidad de la gráfica, lo que exige de una intuición más fuerte sin una formalización excesiva.
- Especificar las acciones a seguir en cada uno de los pensamientos y estrategias variacionales que se precisan para su desarrollo. Se sugiere que las ideas del pre-cálculo sean incorporadas al BT, al menos al nivel introductorio, esto quizá con una ampliación de la carga horaria o con un desfase de los contenidos con otras asignaturas.
- Resultaría conveniente que en el tema de pre-cálculo se trabaje a más profundidad con las funciones hasta de grado 3, aunque haya que quitar las de grado superior. La razón es que las cúbicas tienen una potencia singular para discutir las raíces de una función y los puntos singulares: máximo, mínimo y puntos de inflexión.
- Para el BT se sugiere dar un tratamiento no formal a los números, basado más en la distinción intuitiva entre números para contar y números para medir.
- Se sugiere reducir la carga algorítmica para dejar más espacio al tratamiento situacional y más conceptual de las ideas de cambio, variación, predicción y linealidad.

## Adecuación de contenidos para Cálculo diferencial

### Propósitos de la asignatura:

Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación del cambio continuo y su discretización numérica con fines predictivos.

### Competencias:

Con los contenidos y la forma de trabajo se pretende coadyuvar al desarrollo de las siguientes competencias.

#### *Competencias genéricas:*

- Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
- Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
- Elige y practica estilos de vida saludable.
- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
- Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, religión, México y el mundo.
- Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
- Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

#### *Competencias disciplinares:*

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

### Aprendizajes clave de la asignatura: Cálculo diferencial

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
<b>Pensamiento y lenguaje variacional.</b>	<b>Cambio y predicción: Elementos del Cálculo.</b>	<b>Conceptos básicos de sistemas de coordenadas, orientación y posición.</b>
		Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales.
		Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales.
		Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites.
		Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales.
		Graficación de funciones por diversos métodos.
		Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función.
		Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.
Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada), optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).		

## Contenidos centrales propuestos para su adecuación mediante discusión colegiada

**Prácticas asociadas:** representar, medir, predecir, estimar, variar, seriar, comparar, procesar la reversibilidad, entre otras.

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<p><b>Cambio y predicción: Elementos del Cálculo.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos. Tablas, gráficas, texto, expresión oral, movimiento físico, funciones y derivadas. ¿Cómo represento el cambio?, ¿puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo? ¿Qué es el cambio y qué la variación?</li> <li>• Intervalos de monotonía, funciones crecientes y decrecientes. ¿Si una función pasa de crecer a decrecer hay un punto máximo en el medio? ¿Al revés, un punto mínimo? ¿Así se comporta la temperatura en mi ciudad durante todo el día?</li> <li>• ¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, sus propiedades, sus relaciones y sus transformaciones representacionales?</li> <li>• ¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales?</li> <li>• ¿Se pueden sumar las funciones?, ¿qué se obtiene de sumar una función lineal con otra función lineal? ¿una cuadrática con una lineal?, ¿se le ocurren otras?</li> <li>• Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto.</li> <li>• Calcular derivadas de funciones mediante técnicas diversas.</li> <li>• Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido?</li> <li>• Encuentra los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente esa gráfica?, ¿qué observas?</li> <li>• Reconocimiento de propiedades físicas como posición, velocidad y aceleración y su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.</li> <li>• Construye y analiza sucesiones numéricas y reconocen los patrones de crecimiento y de decrecimiento.</li> <li>• Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.</li> <li>• Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.</li> <li>• Opera algebraica y aritméticamente, así como representan y tratan gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).</li> <li>• Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.</li> <li>• Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.</li> <li>• Localiza los máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.</li> <li>• Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de un función (los ceros de <math>f</math>, <math>f'</math> y <math>f''</math>). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de <math>f'</math> mediante la tercera derivada.</li> </ul>	<p>Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en tablas y gráficas.</p> <p>Predecir la situación óptima de un fenómeno de cambio del tipo no lineal y parabólico.</p> <p>Establecer conjeturas del tipo ¿cómo serán las sumas de funciones crecientes?</p> <p>Estimar lo siguiente: Si una población crece exponencialmente, ¿cómo se estima su valor unos años después?</p> <p>Localizar en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y de decrecimiento de una función dada en un contexto específico. (Considerar diferentes ejemplos)</p> <p>Calcular el máximo de la trayectoria en el tiro parabólico.</p> <p>Localizar los ceros de <math>f</math> y sus derivadas hasta el orden tres.</p>

	<ul style="list-style-type: none"><li>• Calcula derivadas sucesivas de funciones polinomiales y trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para derivar? ¿qué métodos conocemos?</li><li>• Predice el comportamiento en el crecimiento de un proceso de cambio en el dominio continuo (variables reales) y en el dominio discreto (variables enteras).</li></ul>		
--	--	--	--

# CÁLCULO INTEGRAL

# Cálculo integral: Pensamiento y lenguaje variacional

## Diagnóstico: Aspectos considerados para el cambio curricular

De la revisión realizada a la asignatura de Cálculo integral (BG y BT), se identifica lo siguiente:

- El BT aborda el tópico matemático relativo a la Suma de Riemman, que es un tema clásico en las carreras de ciencias exactas en la Educación Superior, por lo cual en el Bachillerato esto será sólo un tratamiento intuitivo para el cálculo de áreas curvilíneas mediante aproximaciones rectilíneas básicas (usando rectángulos y trapecios).
- Existe un listado extenso de conceptos sin un valor de uso o funcionalidad explícitos para la vida del estudiante en la malla curricular del BT.

<b>Cálculo integral</b> BG - 3 horas	<b>Cálculo integral</b> BT - 5 horas
<b>Integral indefinida</b>	
<p>Aplicas la diferencial en estimación de errores y aproximaciones de variables en las ciencias exactas, sociales, naturales y administrativas.</p> <p>Determinas la primitiva de una función e integras funciones algebraicas y trascendentes como una herramienta a utilizar en las ciencias exactas, sociales, naturales y administrativas</p>	<p>Diferencial. Aproximaciones y antiderivadas. Métodos de integración. Inmediatas Integración por partes. Integración por sustitución.</p> <p>Integración por fracciones parciales. Suma de Riemman.</p>
<b>Integral indefinida</b>	
<p>Calculas e interpretas el área bajo la curva en el contexto de las ciencias exactas, naturales, sociales y administrativas.</p> <p>Resuelves problemas de aplicación de la integral definida en situaciones reales en el campo de las ciencias exactas, naturales, sociales y administrativas</p>	<p>Propiedades y notación. Teorema fundamental del cálculo.</p>

Por ello se propone:

- Unificar los contenidos del curso de Cálculo integral tomando elementos de ambas propuestas y considerando la importancia de esta asignatura en la vida profesional del egresado con aspiraciones a continuar estudios superiores.
- Reiterar la idea que es preferible un programa robusto más que extenso, no se requieren de muchos temas, sino de temas específicos tratados de manera amplia y profunda.
- Especificar las acciones a seguir en cada uno de los pensamientos involucrados (procesos inversos, antiderivada y reversibilidad de procesos, comparación y aproximación de áreas y cálculo de integrales mediante técnicas básicas de integración).
- Fortalecer la idea de uso de las integrales en situaciones realistas de las ciencias y la vida cotidiana. La idea de densidad, área, volumen y acumulación lo favorecen.

## Adecuación de contenidos para Cálculo integral

### **Propósitos de la asignatura:**

Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación de la acumulación del cambio continuo y del cambio discreto con fines predictivos y de modelación.

### **Competencias:**

Con los contenidos y la forma de trabajo se pretende coadyuvar al desarrollo de las siguientes competencias.

#### *Competencias genéricas:*

- Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
- Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
- Elige y practica estilos de vida saludable.
- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
- Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, religión, México y el mundo.
- Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
- Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

#### *Competencias disciplinares:*

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los



contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

### Aprendizajes clave de la asignatura: Cálculo integral

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos centrales
<b>Pensamiento y lenguaje variacional.</b>	<b>Cambio y acumulación: Elementos del Cálculo integral.</b>	Aproximación y cálculo del “área bajo la curva” por métodos elementales (método de los rectángulos y métodos de los trapecios).
		Antiderivada de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).
		Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida. Uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite aplicados a problemas de las ciencias naturales, exactas y sociales.

## Contenidos centrales propuestos para su adecuación mediante discusión colegiada

**Prácticas asociadas:** Medir, aproximar, predecir, estimar, variar, seriar, comparar, reversibilidad, acumular, entre otras.

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<b>Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La gráfica como descripción del cambio. ¿Cómo interpreto gráficamente el crecimiento lineal? ¿Qué caracteriza al crecimiento no lineal?</li> <li>• Aproximación del área bajo curvas conocidas, utilice curvas que representan crecimiento lineal y crecimiento no lineal.</li> <li>• Comparación de aproximaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aproxima el área bajo una curva mediante rectángulos inscritos, se mide o calcula el área de estos y se estima el valor del área bajo la curva.</li> <li>• Compara los resultados de diversas técnicas de aproximación.</li> <li>• Acota el valor del área bajo la curva, aproximando por exceso y</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Construir una aproximación del área por medios diversos.</li> <li>Comparar el valor del área por medio de rectángulos y de trapecios inscritos.</li> </ul>

	<p>¿Alguna es mejor?, ¿en qué circunstancias?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjetura sobre expresiones generales del área bajo la curva (ejemplo el área bajo la gráfica de <math>f(x)=1</math> o bajo <math>f(x)=x</math>, así como el área bajo <math>f(x)=x^2</math>, con <math>x</math> entre 0 y 1, o entre 1 y 2, o en general entre <math>a</math> y <math>b</math>, donde <math>a &lt; b</math>). Usa el reconocimiento de patrones.</li> <li>• Interpretación del área según el fenómeno (ejemplo, el área de la función velocidad se interpreta como la distancia recorrida) ¿Por qué las medidas de la acumulación resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales?</li> </ul>	<p>por defecto. Usan ambos métodos de aproximación: rectángulos y trapecios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula el área debajo de curvas conocidas, como gráficas de funciones lineales, cuadráticas y cúbicas entre dos límites de integración.</li> <li>• Interpreta por extensión o generalización, el área bajo la curva de gráficas de funciones trigonométricas básicas (seno y coseno).</li> </ul>	<p>Aproximar el valor del área bajo una curva del tipo <math>y=x^n</math>.</p> <p>Encontrar el desplazamiento de un móvil dada su velocidad.</p> <p>Reconocer y argumentar las relaciones entre posición, velocidad y aceleración para funciones polinomiales básicas.</p>
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes).</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Técnicas para obtener la antiderivada. ¿Qué significa integrar una función?, ¿podrías imaginar el llenado y vaciado de un recipiente en términos de la integración? ¿Qué patrones reconoces para la integral de <math>x</math>, <math>x^2</math>, <math>x^3</math>, ...?</li> <li>• Ejemplos de la cinemática y su interpretación contextual. ¿Qué es integrar en ese contexto de la física? ¿Integrar la función velocidad, integrar la función aceleración?</li> <li>• Construcción de tablas de integración. ¿Reconoces patrones básicos?</li> <li>• ¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con la acumulación y su medida, propiedades, relaciones y representaciones?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentra la antiderivada de funciones elementales (polinomiales).</li> <li>• Reconoce el significado de la integral definida con el área bajo la curva.</li> <li>• Descubre relaciones inversas entre derivación e integración: “Si de una función se obtiene su derivada, ¿qué obtengo si de esa derivada encuentro su antiderivada”.</li> <li>• Interpreta por extensión o generalización la integral indefinida de funciones polinomiales y trigonométricas básicas (seno y coseno).</li> </ul>	<p>Encontrar la antiderivada de expresiones del tipo <math>x^n</math>.</p> <p>Completar una tabla de integración dada.</p> <p>Calcular el área bajo la curva de funciones diversas.</p> <p>Integrar funciones elementales dadas mediante fórmulas generales.</p>
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Técnicas para obtener la antiderivada. ¿Qué significa integrar una función?, ¿podrías imaginar el llenado y vaciado de un recipiente en términos de la integración? ¿Qué patrones reconoces para la integral de <math>x</math>, <math>x^2</math>, <math>x^3</math>, ...?</li> <li>• Ejemplos de la cinemática y su interpretación contextual. ¿Qué es integrar en este contexto de la física? ¿Integrar la función velocidad, integrar la función aceleración?</li> <li>• Construcción de tablas de integración. ¿Reconoces patrones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza técnicas para la antiderivación de funciones conocidas.</li> <li>• Obtiene la integral indefinida de una función dada.</li> <li>• Visualiza la relación entre área e integral definida.</li> <li>• Calcula la antiderivada de funciones trigonométricas básicas.</li> <li>• Utiliza sucesiones y límites para obtener integrales definidas</li> </ul>	<p>Resolver situaciones del llenado de recipientes con flujo constante.</p> <p>Encontrar la posición de un móvil que se desplace en línea recta con velocidad constante.</p> <p>Determinar la posición de un móvil que se desplace</p>

	<p>básicos?</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con la acumulación y su medida, propiedades, relaciones y representaciones?</li></ul>		<p>rectilíneamente con aceleración constante y con velocidad inicial conocida.</p>
--	---	--	--

# **PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**

# Probabilidad y estadística: Del manejo de la información al pensamiento estocástico

## Diagnóstico: Aspectos considerados para el cambio curricular

De la revisión realizada a la asignatura Probabilidad y estadística (BT), se identifica lo siguiente:

- Se determina por medio de fórmulas, a las medidas de tendencia central, medidas de dispersión, medidas de forma y medidas de correlación mostrando un dato, por lo tanto, en bachillerato se estudiará la representatividad y variabilidad más que dar solo un número como resultado.
- Se estudian los diferentes tipos de probabilidad utilizando fórmulas o teoremas para determinar el valor de la probabilidad, por lo cual, se dará importancia a la racionalidad que existe detrás de cada fórmula.
- Se estudia en un semestre a la estadística mientras que en el semestre siguiente se estudia la probabilidad (nociones básicas de probabilidad), por lo cual se necesita unificar el contenido.
- Existe un listado de conceptos sin un valor de uso o funcionalidad explícitos para la vida del estudiante en la malla curricular del BT.

<b>Probabilidad y estadística</b> BG - 4 horas	<b>Probabilidad y estadística</b> BT - 5 horas
<b>Probabilidad y estadística I</b>	<b>Estadística</b>
Comprendes y describes la variabilidad estadística y sus aplicaciones.	Manejo de la información.
Describes y representas datos de forma tabular y gráfica.	Elementos básicos, frecuencias, distribución de frecuencias, representación gráfica e interpretación.
Aplicas la estadística descriptiva.	Medidas de tendencia central.
Analizas la teoría de conjuntos y sus aplicaciones.	Media, mediana, moda y cuantiles. Medidas de dispersión. Rango, desviación media, desviación estándar y varianza. Medidas de forma. Sesgo, apuntamiento o curtosis. Medidas de correlación. Coeficiente de correlación, recta de regresión, error estándar de estimación.
<b>Probabilidad y estadística II</b>	<b>Probabilidad</b>
Aplicas técnicas de conteo. Aplicas la probabilidad conjunta. Analizas las distribuciones de variables aleatorias discretas y continuas. Comprendes comportamiento de los datos de dos variables.	Elementos básicos, operaciones básicas con conjuntos y diagrama de Venn. Técnicas de conteo. Elementos básicos, diagrama de árbol, principio de la suma y la multiplicación, permutación y combinación. Probabilidad para eventos. Probabilidad condicional, eventos independientes, Teorema de Bayes, selecciones al azar con o sin reemplazo.

Por lo anterior se propone:

- Unificar los contenidos del curso de Estadística y Probabilidad tomando elementos de ambas propuestas y considerando la importancia en la vida profesional que tendrán esa asignatura para el manejo de la información.
- Reiterar la idea que es preferible un programa robusto más que extenso, no se requieren de muchos temas, sino de temas específicos tratados de manera amplia y profunda.
- Rescatar la importancia del uso de las medidas de tendencia central, medidas de dispersión y contexto situacional para la toma de decisiones.
- Trabajar solamente los enfoques de probabilidad donde no se incluya el estudio de las distribuciones, que ya sería parte de nivel superior.
- Promover la lectura crítica de los gráficos estadísticos, promoviendo su importancia con el análisis de la información y complementándolo con los demás contenidos.
- Especificar las acciones a seguir en cada uno de los pensamientos involucrados (medidas de tendencia central, teoría de conjuntos, técnicas de conteo, enfoques de probabilidad).
- Fortalecer la idea del uso de las medidas de tendencia central y enfoques de probabilidad donde nociones como incertidumbre, azar, aleatoriedad deben ser trabajadas desde su uso en la vida cotidiana.

### **Adecuación de contenidos para Probabilidad y estadística**

#### **Propósitos de la asignatura:**

Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de tratamiento estadístico, inferir sobre la población a través de las muestras. El tratamiento del azar y la incertidumbre.

#### **Competencias:**

Con los contenidos y la forma de trabajo se pretende coadyuvar al desarrollo de las siguientes competencias.

#### *Competencias genéricas:*

- Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
- Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
- Elige y practica estilos de vida saludable.
- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos

establecidos.

- Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
- Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.
- Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, religión, México y el mundo.
- Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
- Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

*Competencias disciplinares:*

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

**Aprendizajes clave de la asignatura: Probabilidad y estadística**

Eje disciplinar	Componentes	Contenidos
<b>Del manejo de la información al pensamiento estocástico.</b>	<b>Riesgo, inferencia y aleatoriedad: Elementos de la Estadística y la Probabilidad.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conceptos básicos de Estadística y Probabilidad.</li><li>• Concepto de Riesgo en situaciones contextuales.</li><li>• Recolección de datos y su clasificación en clases.</li><li>• Manejo de la información en situaciones de la vida cotidiana.</li><li>• Tratamiento y significado de las medidas de Tendencia Central</li><li>• Tratamiento y significado de medidas de Dispersión.</li><li>• Uso del conteo y la probabilidad para eventos.</li><li>• Contextualización de los elementos de probabilidad condicional e interpretación del teorema de Bayes.</li></ul>

## Contenidos centrales propuestos para su adecuación mediante discusión colegiada

**Prácticas asociadas:** Inferir, estimar, decidir, variar, seriar, comparar, reversibilidad, calcular, clasificar, organizar, entre otras.

Las unidades de aprendizaje I y II se contemplan para Estadística y Probabilidad I; unidades III y IV, para Estadística y Probabilidad II en el BG. Las cuatro unidades de aprendizaje se contemplan para Estadística y Probabilidad en el BT.

Contenido central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
<b>Conceptos básicos de Estadística y Probabilidad.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nociones y conceptos básicos de estadística y probabilidad.</li> <li>Enfoques de probabilidad. ¿Qué significa cada enfoque de probabilidad?, ¿qué significan las medidas de tendencia central?, ¿para qué obtener estos valores?</li> <li>Técnicas de conteo y agrupación en clases para la determinación de probabilidades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa un lenguaje propio para situaciones que necesiten del estudio con elementos de estadística y probabilidad.</li> <li>Usa técnicas de conteo o agrupación en la determinación de probabilidades.</li> <li>Organiza la información como parte de la estadística para el estudio de la probabilidad.</li> <li>Estudia el complemento que ofrece la estadística para la probabilidad.</li> </ul>	Dada una colección de datos, calcular su promedio.
<b>Concepto de riesgo en situaciones contextuales.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué es el riesgo?, ¿qué papel juega la probabilidad y estadística en el estudio del riesgo?</li> <li>Usos de la estadística y probabilidad en situaciones dadas.</li> <li>Análisis de la información.</li> <li>Nociones de incertidumbre, azar y aleatoriedad.</li> <li>Tipos de eventos en el estudio de la probabilidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce la diversidad de situaciones que precisan de la incertidumbre en el tratamiento del riesgo.</li> <li>Modela con estadística y probabilidad el estudio de la información.</li> <li>Organiza la información recolectada de la situación estudiada.</li> <li>Construye fórmulas de probabilidad.</li> </ul>	<p>Construir tablas de frecuencia</p> <p>Calcular la probabilidad de un evento dado.</p>
<b>Manejo de la información en situaciones de la vida</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio de la información. ¿Qué papel juegan las medidas de tendencia central?, ¿cómo representar la información en un gráfico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Recolecta y ordena la información de alguna situación.</li> <li>Interpreta y analiza la información.</li> </ul>	Construir distintos tipos de gráficos y emitir opiniones derivadas de ellos



<b>cotidiana.</b>	<p>estadístico?, ¿cómo estudiar un gráfico estadístico?, ¿qué papel juega la probabilidad en el manejo de la información?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de las medidas de tendencia central y su representatividad en términos de la variabilidad y contexto situacional.</li> <li>• Construcción de gráficos estadísticos en la representación de la información.</li> <li>• Análisis de tipos de gráficos estadísticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa la información.</li> <li>• Toma decisiones a partir del análisis de la información</li> </ul>	
<b>Contenido central</b>	<b>Contenidos específicos</b>	<b>Aprendizajes esperados</b>	<b>Productos esperados</b>
<b>Tratamiento de las medidas de tendencia central.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas de tendencia central. ¿Qué es la moda, la media aritmética, la mediana? ¿Qué es un cuartil?, ¿qué es una medida de dispersión?, ¿qué es una medida de forma?, ¿qué es una medida de correlación?</li> <li>• Análisis de la información y toma de decisiones. ¿Qué información brindan las medidas de tendencia central?, ¿cuándo se puede considerar que todas dan la misma información?, ¿en cualquier fenómeno tienen significado?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula las medidas de tendencia central, medidas de dispersión, medidas de forma y medidas de correlación.</li> <li>• Interpreta las medidas de tendencia central desde el análisis del gráfico estadístico, así como su variabilidad y representación de la situación contextual.</li> <li>• Toma decisiones a partir de las medidas de tendencia central y su representación con respecto a un conjunto de datos.</li> </ul>	<p>Argumentar qué es una medida de tendencia central y qué es una medida de dispersión.</p> <p>Dar ejemplos de dichas medidas.</p> <p>Construir cuartiles a partir de datos dados.</p>

# MATEMÁTICAS

**SEP**  
SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA

